通信时滞非线性系统分布式经济模型预测控制

王定超, 李西宏, 何德峰†, 穆建彬
(浙江工业大学 信息工程学院, 浙江 杭州 310023)

摘要: 针对通信时滞的状态耦合约束非线性系统, 本文提出一种新的具有稳定性保证的分布式经济模型预测控制(EMPC)策略. 通过离散计算系统的最优经济稳态点, 构建关于该点的稳定最优控制问题. 利用稳定最优控制问题的最优值函数, 构造原始分布式EMPC优化的隐式收缩约束. 应用终端约束和输入–状态稳定性(ISS)引理, 建立分布式EMPC的递推可行性和闭环系统关于最优经济稳态点相对于状态偏差的ISS结果. 最后, 采用级联的非线性连续搅拌釜反应器, 验证本文策略的有效性.

关键词: 模型预测控制; 分布式控制; 非线性系统; 经济优化; 耦合系统

引用格式: 王定超, 李西宏, 何德峰, 等. 通信时滞非线性系统分布式经济模型预测控制. 控制理论与应用, 2025, 42(12): 2449 – 2458

DOI: 10.7641/CTA.2025.40463

Distributed EMPC of nonlinear systems with communication delays

WANG Ding-chao, LI Xi-hong, HE De-feng†, MU Jian-bin
(College of Information Engineering, Zhejiang University of Technology, Hangzhou Zhejiang 310023, China)

Abstract: This paper presents a novel distributed economic model predictive control (EMPC) strategy with stability guarantees for state-coupled constrained nonlinear systems with communication delays. The optimal economic equilibrium point of the system is computed discretely, and a stabilizing optimal control problem related to this point is constructed. The optimal value function of the stabilizing control problem is then used to formulate implicit contractive constraints for the original distributed EMPC optimization. By employing terminal constraints and the input-to-state stability (ISS) lemma, the recursive feasibility of the distributed EMPC and the ISS property of the closed-loop system with respect to state deviations from the optimal economic equilibrium point are established. Finally, the effectiveness of the approach is demonstrated using a cascade of nonlinear continuous stirred tank reactors.

Key words: model predictive control; distributed control; nonlinear systems; economic optimization; coupled systems

Citation: WANG Dingchao, LI Xihong, HE Defeng, et al. Distributed EMPC of nonlinear systems with communication delays. *Control Theory & Applications*, 2025, 42(12): 2449 – 2458

1 引言

近年来, 分布式经济模型预测控制 (economic model predictive control, EMPC)在学术界和工业界得到了广泛关注[1–6]. 它不仅继承了分布式模型预测控制(distributed model predictive control, DMPC)显式处理系统多约束、多变量和非线性等优点, 还能将过程实时控制与经济性能集成到一个优化控制框架中. 由于这类DMPC的性能函数通常与过程的经济(或环保)性能相关, 故统称为分布式EMPC. 然而, 该“经济”并不特指某个经济性能, 而是泛指一类非正定和(或)非凸的任意性能函数. 尽管分布式EMPC和传统DMPC均采用滚动时域方式实现系统的闭环反馈控制[1–2], 但研究表明, 经济最优性目标与闭环系统的稳定性目标具有一定的冲突性[3], 故分布式EMPC稳定性综合策略得到了广泛研究.

由于分布式EMPC的经济性能函数通常不是正定的, 传统DMPC的稳定性结论无法直接应用. 为了解决这一类问题, 常见的方法是引入耗散性假设, 并通过惩罚函数将经济性能函数转化为正定性函数, 再结合终端约束建立了分布式EMPC的递推可行性和闭环稳定性[4]. 然而, 在约束非线性系统中, 经济性能函数未必满足耗散性条件[5]. 基于能控假设和切换控制思

收稿日期: 2024−08−28; 录用日期: 2025−04−17.
†通信作者. E-mail: hdfzj@zjut.edu.cn; Tel.: +86 13093790667.
本文责任编委: 王友清.
国家自然科学基金项目(62173303, U24A20270), 中央引导地方科技发展资金项目(2023ZY1045)资助.
Supported by the National Natural Science Foundation of China (62173303, U24A20270) and the Central Guidance Project for Local Scientific and Technological Development (2023ZY1045).

想, 文献[6]提出了基于Lyapunov函数稳定分布式EMPC策略, 但为保证闭环系统的稳定性, 需在线求解3个非线性最优控制问题, 这增加了算法运行的复杂性. 进一步, 在复杂非线性系统中, 通过调节权重来协调经济性和稳定性目标之间的冲突变得非常困难[7]. 为此, 文献[8–9]考虑非线性系统中耗散性条件难以满足的情况, 利用多目标优化控制方法, 构造基于跟踪目标函数的分布式EMPC稳定性收缩约束, 并结合终端条件, 得出了闭环系统关于最优经济平衡点的渐近稳定性结论.

实际许多大系统都是状态耦合分布式系统[10–11], 其特点是耦合子系统之间质量或者能量相互作用, 故增加了系统控制的难度. 为了处理系统的耦合项, 文献[12–13]将耦合项视为扰动. 文献[12]针对耦合非线性系统, 提出了鲁棒DMPC策略, 通过引入关于扰动和耦合项的鲁棒约束, 从而保证算法可行性和闭环系统的稳定性. 对于耦合线性系统, 文献[13]研究了基于tube的DMPC方法, 并利用稳定反馈控制律抑制由耦合和扰动引起的预测状态与实际状态之间的偏差, 从而降低保守性. 因文献[12–13]考虑子系统之间不存在信息交互, 故牺牲了部分系统的控制性能. 文献[14]针对状态耦合的非线性系统提出了DMPC方案, 在优化问题中预测模型考虑了耦合子系统的状态信息, 并提出兼容性约束保证了算法的迭代可行性. 对于状态耦合的线性系统, 文献[15]提出了压缩理论的DMPC策略, 该策略在局部优化问题中不仅考虑子系统自身的性能, 还考虑了耦合子系统的性能. 然而, 实际的状态耦合分布式系统中, 许多性能函数并非正定或凸的, 这使得在优化经济性能的同时, 确保闭环系统的稳定性成为分布式EMPC的一个重要研究问题.

另一方面, 通信时滞在分布式系统中普遍存在且无法避免. 文献[16]研究了时变通信时延下的编队控制, 但随着通信时滞的增大, 所有子系统必须降低运行速度以维持编队. 文献[17]提出了考虑随机通信时滞和避障问题的多智能体DMPC策略, 并在强连接或弱连接网络拓扑下给出了稳定性结论. 然而, 文献[16–17]未考虑系统的能耗问题. 文献[18]针对约束通信时滞的非线性队列系统提出了分布式EMPC策略, 既确保了系统的稳定协同编队, 又有效降低了能量消耗. 由于这些控制策略主要基于解耦系统, 难以直接应用于状态耦合的分布式系统. 进一步, 在状态耦合系统中, 尽管通信存在时滞, 耦合子系统的真实状态已对对应子系统产生影响, 因此, 如何在考虑通信时滞的同时, 确保状态耦合分布式系统的稳定性是一个关键问题.

本文针对具有通信时滞的状态耦合分布式约束非线性系统, 提出了一种具有递推可行性和稳定性保证的分布式EMPC策略. 通过计算经济性能函数的最优经济平衡点, 定义基于该点偏差的正定辅助函数. 利用辅助函数的最优值, 构造原始分布式EMPC优化问题的隐式收缩约束, 从而确保分布式EMPC优化的递推可行性和闭环系统关于状态偏差的输入–状态稳定性(input-to-state stability, ISS). 最后, 通过状态耦合非线性连续搅拌釜反应器(coupled stirred-tank reactors, CSTRs)的仿真实例, 验证了策略的有效性. 与现有分布式EMPC策略相比, 本文的主要创新点包括: 1) 针对耦合非线性系统, 提出了适用于通信时滞的状态耦合分布式系统稳定性策略; 2) 无需耗散性假设即可实现递推可行性与稳定性, 扩展了分布式EMPC的适用范围; 3) 无需通过加权系数调节稳定性与经济性目标的冲突性, 简化了控制器设计.

符号说明: $R_{\geqslant 0}$和$I_{\geqslant 0}$分别表示非负实数集和非负整数集. $I_{a:b}$表示集合$\{i \in I_{\geqslant 0} : a \leqslant i \leqslant b, a \in I_{\geqslant 0}, b \in I_{\geqslant 0}\}$. $\boldsymbol{x}(k) = \varphi(k; \boldsymbol{x}(0), \boldsymbol{u})$为系统在$k$时刻的状态, 其中: $\boldsymbol{x}(0)$为系统在零时刻的状态; $\boldsymbol{u}$为$k \in I_{\geqslant 0}$时刻的信号序列; 给定一个向量$\boldsymbol{s}$, $\boldsymbol{s}^{\mathrm{T}}$和$\|\boldsymbol{s}\|$分别为$\boldsymbol{s}$的转置和欧几里得范数; diag$\{\cdot\}$表示块对角矩阵或对角矩阵; $\boldsymbol{s}(i|k)$是在k时刻对未来第$k+i$时刻的预测变量; 集合$A \subseteq \mathbb{R}^n$和$B \subseteq \mathbb{R}^n$, $A \oplus B = \{\boldsymbol{x} + \boldsymbol{y} : \boldsymbol{x} \in A,\ \boldsymbol{y} \in B\}$为Minkowski和集; $A \ominus B = \{\boldsymbol{x} : \boldsymbol{x} + \boldsymbol{y} \in A,\ \forall \boldsymbol{y} \in B\}$为Pontryagin差集; $B(r) = \{\boldsymbol{x} \in \mathbb{R}^n : \|\boldsymbol{x}\| \leqslant r\}$是$\mathbb{R}^n$空间内半径为$r$的闭球形域. 若连续函数$\delta_1(\cdot) : R_{\geqslant 0} \to R_{\geqslant 0}$单调递增, 且$\delta_1(0) = 0$, 则称为$\mathcal{K}$类函数; 若$\delta_1(\cdot) \in \mathcal{K}$, 当$s \to \infty$, 有$\delta_1(s) \to \infty$, 则称为$\mathcal{K}_\infty$类函数; 连续函数$\delta_2(s,t) : R_{\geqslant 0} \times R_{\geqslant 0} \to R_{\geqslant 0}$, 对于任意固定$t \geqslant 0$时, $\delta_3(s,t) \in \mathcal{K}$; 而对于任意固定$s \geqslant 0$时, $\delta_3(s,t)$关于t单调递减且满足$\lim\limits_{t \to \infty} \delta_3(s,t) = 0$, 则称为$\mathcal{KL}$类函数.

2 问题描述与预备知识

考虑由M个子系统组成的约束非线性系统, 其中子系统之间通过状态耦合. 令所有的子系统集合为$\mathcal{M} = \{1, \cdots, M\}$. 对于任意时刻$k \in I_{\geqslant 0}$, 第$i \in \mathcal{M}$个子系统描述为如下离散非线性系统:

$$\begin{aligned}&\boldsymbol{x}_i(k+1) = \\ &f_i(\boldsymbol{x}_i(k), \boldsymbol{u}_i(k)) + \sum_{j \in \mathcal{N}_i} g_{ij}(\boldsymbol{x}_j(k)),\end{aligned} \tag{1}$$

其中: $\boldsymbol{x}_i(k) \in \mathbb{R}^{n_i}$和$\boldsymbol{u}_i(k) \in \mathbb{R}^{m_i}$分别为子系统的状态和控制输入变量; 函数$f_i(\cdot) : \mathbb{R}^{n_i} \times \mathbb{R}^{m_i} \to \mathbb{R}^{n_i}$和$g_{ij}(\cdot) : \mathbb{R}^{n_j} \to \mathbb{R}^{n_i}$分别是关于$(\boldsymbol{x}_i, \boldsymbol{u}_i)$和$\boldsymbol{x}_j$的连续非线性函数; $\mathcal{N}_i \triangleq \{j \in \mathcal{M} | g_{ij}(\cdot) \neq 0, j \neq i\}$为系统$i$的耦合集合. 假设系统$i$的状态是完全可测的, 并可接

收到耦合系统$j \in \mathcal{N}_i$的信息. 进一步, 子系统存在状态和控制输入约束, 即

$$\boldsymbol{x}_i(k) \in \mathcal{X}_i,\ \boldsymbol{u}_i(k) \in \mathcal{U}_i,\ k \in I_{\geqslant 0}, \tag{2}$$

其中: $\mathcal{X}_i \subset \mathbb{R}^{n_i}$和$\mathcal{U}_i \subset \mathbb{R}^{m_i}$为凸的紧集, 且内部包含某些平衡点$(\boldsymbol{x}_{i,\mathrm{s}}, \boldsymbol{u}_{i,\mathrm{s}})$.

假设 1 函数$f_i(\cdot)$和$g_{ij}(\cdot)$分别满足$f_i(\mathbf{0},\mathbf{0}) = 0$和$g_{ij}(\mathbf{0}) = 0$, 并且对于任意$\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y} \in \mathcal{X}_i, \boldsymbol{s}, \boldsymbol{t} \in \mathcal{X}_j, i \in \mathcal{M}$和$j \in \mathcal{N}_i$, 存在Lipschitz常数$L_{\mathrm{f}_i}$和$L_{\mathrm{g}_{ij}}$使得

$$\|f_i(\boldsymbol{x},\boldsymbol{u}) - f_i(\boldsymbol{y},\boldsymbol{u})\| \leqslant L_{\mathrm{f}_i}\|\boldsymbol{x}-\boldsymbol{y}\|, \tag{3a}$$

$$\|g_{ij}(\boldsymbol{s}) - g_{ij}(\boldsymbol{t})\| \leqslant L_{\mathrm{g}_{ij}}\|\boldsymbol{s}-\boldsymbol{t}\|. \tag{3b}$$

通过结合局部子系统的动态方程(1)和约束(2), 全局系统的动态方程可表述为

$$\begin{aligned}&\boldsymbol{x}(k+1) = \\ &f(\boldsymbol{x}(k),\boldsymbol{u}(k)) + g(\boldsymbol{x}(k)), k \in I_{\geqslant 0},\end{aligned} \tag{4}$$

其中: $\boldsymbol{x} = [\boldsymbol{x}_1^{\mathrm{T}}\ \cdots\ \boldsymbol{x}_M^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}} \in \mathcal{X} \subseteq \mathbb{R}^n$, $\mathcal{X} = \mathcal{X}_1 \times \cdots \times \mathcal{X}_M$, $n = \sum\limits_{i\in\mathcal{M}} n_i$, $u = [\boldsymbol{u}_1^{\mathrm{T}}\ \cdots\ \boldsymbol{u}_M^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}} \in \mathcal{U} \subseteq \mathbb{R}^m$, $\mathcal{U} = \mathcal{U}_1 \times \cdots \times \mathcal{U}_M$, $m = \sum\limits_{i\in\mathcal{M}} m_i$. $\mathcal{X}$和$\mathcal{U}$为凸紧集且包含平衡点$(\boldsymbol{x}_{\mathrm{s}}, \boldsymbol{u}_{\mathrm{s}})$, 其中, $\boldsymbol{x}_{\mathrm{s}} = [\boldsymbol{x}_{i,\mathrm{s}}^{\mathrm{T}}\ \cdots\ \boldsymbol{x}_{M,\mathrm{s}}^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}$和$\boldsymbol{u}_{\mathrm{s}} = [\boldsymbol{u}_{i,\mathrm{s}}^{\mathrm{T}}\ \cdots\ \boldsymbol{u}_{M,\mathrm{s}}^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}$. 此外, $f(\boldsymbol{x},\boldsymbol{u}) = [f_1(\boldsymbol{x}_1,\boldsymbol{u}_1)^{\mathrm{T}}\ \cdots\ f_M(\boldsymbol{x}_M,\boldsymbol{u}_M)^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}$和函数$g(\boldsymbol{x}) = [\sum\limits_{j\in\mathcal{N}_i} g_{1j}(\boldsymbol{x}_j)^{\mathrm{T}}\ \cdots\ \sum\limits_{j\in\mathcal{N}_M} g_{Mj}(\boldsymbol{x}_j)^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}$.

考虑任意子系统i的经济性能函数$\mathrm{Le}_i : \mathcal{X}_i \times \mathcal{U}_i \rightarrow R$, 由系统(4)离散计算如下最优经济平衡点:

$$\begin{aligned}&(\boldsymbol{x}_{\mathrm{s}},\boldsymbol{u}_{\mathrm{s}}) = \arg\min_{\boldsymbol{x}\in\mathcal{X},\boldsymbol{u}\in\mathcal{U}} \sum_{i\in\mathcal{M}} \mathrm{Le}_i(\boldsymbol{x}_i,\boldsymbol{u}_i),\\ &\text{s.t.}\ \ \boldsymbol{x} = f(\boldsymbol{x},\boldsymbol{u}) + g(\boldsymbol{x}),\end{aligned} \tag{5}$$

注意, 全局经济性能函数$\sum\limits_{i\in\mathcal{M}} \mathrm{Le}_i(\boldsymbol{x}_i,\boldsymbol{u}_i)$可能不是二次型. 因此, 传统DMPC无法控制该系统, 故本文提出了一种新的分布式EMPC策略. 不失一般性, 假设每个子系统i的最优稳态点$(\boldsymbol{x}_{i,\mathrm{s}},\boldsymbol{u}_{i,\mathrm{s}}) = (\mathbf{0},\mathbf{0})$.

考虑不确定系统$\boldsymbol{x}(k+1) = f(\boldsymbol{x}(k),\boldsymbol{v}(k))$, 其中$\boldsymbol{x}\in\Theta$和$\boldsymbol{v}\in V$分别为系统的状态与输入变量, 并且$\Theta\subseteq\mathbb{R}^n$和$V\subseteq\mathbb{R}^m$为凸紧集. 若对于任意$\boldsymbol{x}(k)\in\Theta$, $k \in I_{\geqslant 0}$和$\boldsymbol{v}(k)\in V$, 有$\boldsymbol{x}(k+1) = f(\boldsymbol{x}(k),\boldsymbol{v}(k)) \in \Theta$, 则可称$\Theta$为系统的一个鲁棒不变集.

定义 1 考虑系统$\boldsymbol{x}(k+1) = f(\boldsymbol{x}(k),\boldsymbol{v}(k))$和包含原点的鲁棒不变集$\Theta \subseteq \mathbb{R}^n$, 若对于任意初始状态$x_0 \in \Theta$及$\boldsymbol{v} \in V$, 存在函数$\beta(\cdot) \in \mathcal{KL}$和$\gamma(\cdot) \in \mathcal{K}$, 使系统满足

$$\|\varphi(k;\boldsymbol{x}(0),\boldsymbol{v})\| \leqslant \beta(\|\boldsymbol{x}_0\|,k) + \gamma(\|\boldsymbol{v}\|), \tag{6}$$

其中$k \in I_{\geqslant 0}$, 则该系统在Θ内具有ISS.

引理 1[19] 考虑系统$\boldsymbol{x}(k+1) = f(\boldsymbol{x}(k),\boldsymbol{v}(k))$和包含原点的鲁棒不变集$\Theta \subseteq \mathbb{R}^n$, 若对于任意状态$\boldsymbol{x} \in \Theta$和输入$\boldsymbol{v} \in V$, 存在函数$\lambda_1(\cdot), \lambda_2(\cdot) \in \mathcal{K}_\infty$和$\sigma_1(\cdot) \in \mathcal{K}$, 使得以下不等式成立:

$$\delta_1(\|\boldsymbol{x}(k)\|) \leqslant V(\boldsymbol{x}(k)) \leqslant \delta_2(\|\boldsymbol{x}(k)\|), \tag{7a}$$

$$\begin{aligned}&V(\boldsymbol{x}(k+1)) - V(\boldsymbol{x}(k)) \leqslant\\ &\sigma_1(\|\boldsymbol{v}(k)\|) - \delta_3(\|\boldsymbol{x}(k)\|),\end{aligned} \tag{7b}$$

则连续函数$V : \mathbb{R}^n \rightarrow R_{\geqslant 0}$称为该系统在集合$\Theta$中的ISS-Lyapunov函数, 并且该系统在$\Theta$内具有ISS.

本文目标是针对通信时滞的非线性系统, 通过极小化经济性能函数在线计算分布式EMPC控制器, 要求系统满足约束, 且状态轨迹收敛于最优经济平衡点.

3 分布式经济预测控制

3.1 预测控制器

令$N \in I_{\geqslant 1}$为预测时域, 定义k时刻N步预测控制序列$\boldsymbol{u}_i(k) = \{\boldsymbol{u}_i(0|k), \boldsymbol{u}_i(1|k), \cdots, \boldsymbol{u}_i(N-1|k)\}$和对应预测状态序列$\boldsymbol{x}_i(k) = \{\boldsymbol{x}_i(1|k), \boldsymbol{x}_i(2|k), \cdots, \boldsymbol{x}_i(N|k)\}$. 进一步, 考虑系统的一个可行预测控制序列$\boldsymbol{u}_i(k)$及对应的预测状态序列$\boldsymbol{x}_i(k)$, 定义如下经济目标函数:

$$J_i(\boldsymbol{x}_i(k),\boldsymbol{u}_i(k)) = \sum_{t=0}^{N-1} \mathrm{Le}_i(\boldsymbol{x}_i(t|k),\boldsymbol{u}_i(t|k)). \tag{8}$$

为了计算分布式EMPC的控制律, 通过求解如下有限时域最优经济控制问题:

$$\boldsymbol{u}_i^*(k) = \arg\min_{\boldsymbol{u}_i(k)} J_i(\boldsymbol{x}_i(k),\boldsymbol{u}_i(k)), \tag{9a}$$

$$\begin{aligned}\text{s.t.}\ \ &\boldsymbol{x}_i(t+1|k) =\\ &f_i(\boldsymbol{x}_i(t|k),\boldsymbol{u}_i(t|k)) +\\ &\sum_{j\in\mathcal{N}_i} g_{ij}(\boldsymbol{x}_j^{\mathrm{a}}(t|k)),\ \forall t \in I_{0:N-1},\end{aligned} \tag{9b}$$

$$\begin{aligned}&\|\boldsymbol{x}_i(t|k) - \boldsymbol{x}_i^*(t+1|k-1)\| \leqslant \delta_i,\\ &\forall t \in I_{0:N},\end{aligned} \tag{9c}$$

$$\boldsymbol{x}_i(t|k) \in \mathcal{X}_i \ominus B_i(t),\ \forall t \in I_{0:N-1}, \tag{9d}$$

$$\boldsymbol{u}_i(t|k) \in \mathcal{U}_i,\ \forall t \in I_{0:N-1}, \tag{9e}$$

$$\boldsymbol{x}_i(N|k) \in \Psi_i(\delta_{i,\mathrm{f}}), \tag{9f}$$

$$V_i(\boldsymbol{x}_i(k),\boldsymbol{u}_i(k)) \leqslant \eta_i(\boldsymbol{x}_i(k),\alpha_i), \tag{9g}$$

其中: $\boldsymbol{u}_i^*(k) = \{\boldsymbol{u}_i^*(0|k), \boldsymbol{u}_i^*(1|k), \cdots, \boldsymbol{u}_i^*(N-1|k)\}$为式(9)的最优控制输入序列, 对应预测状态序列为$\boldsymbol{x}_i^*(k) = \{\boldsymbol{x}_i^*(1|k), \boldsymbol{x}_i^*(2|k), \cdots, \boldsymbol{x}_i^*(k+N|k)\}$; 式(9b)中$\boldsymbol{x}_j^{\mathrm{a}}(t|k), t \in I_{0:N-1}$为耦合系统$j$的假设状态, 构造如下:

$$\boldsymbol{x}_j^{\mathrm{a}}(t|k) = \begin{cases}\boldsymbol{x}_{j,\mathrm{s}}, & k \in [0,h],\\ \boldsymbol{x}_j^*(t+1|k-h), & k \in (h,T],\end{cases} \tag{10}$$

其中: h和T分别为子系统之间通信时滞和时域; 式(9c)为兼容性约束, 确保每个子系统相邻时刻的预测状态不会因通信时滞而偏差过大, 定义状态偏差为$\boldsymbol{e}_i(t|k)=\boldsymbol{x}_i(t|k)-\boldsymbol{x}_i^*(t+1|k-1)$, 相应偏差序列为$\boldsymbol{e}_i(k)=\{\boldsymbol{e}_i(0|k),\boldsymbol{e}_i(1|k),\cdots,\boldsymbol{e}_i(N|k)\}$; 式(9d)为状态约束; $B_i(t)$为收缩集合并定义$B_i(t)\triangleq\{\boldsymbol{x}_i\in\mathbb{R}^{n_i}: \boldsymbol{x}_i\leqslant\xi_i(t)\}$, 其中, $\xi_i(t):=\sum\limits_{j\in\mathcal{N}_i}L_{\mathrm{g}_{ij}}\theta_j\times\dfrac{L_{\mathrm{f}_i}^{t+1}-1}{L_{\mathrm{f}_i}-1}$, θ_j为非负常数; 式(9e)为控制输入约束; 式(9f)为终端约束, $\varPsi_i(\delta_{i,\mathrm{f}})$是终端约束集, 并且$\boldsymbol{x}_{i,\mathrm{s}}\in\varPsi_i(\delta_{i,\mathrm{f}})\subset\mathcal{X}_i$; 式(9g)为保证稳定性的收缩约束, $\eta_i(\cdot):\mathcal{X}_i\times R_{\geqslant 0}\to R_{\geqslant 0}$是收缩函数, $V_i(\cdot)$为关于最优经济平衡点的稳定性目标函数, 并定义为

$$V_i(\boldsymbol{x}_i(k),\boldsymbol{u}_i(k))=\sum_{t=0}^{N-1}l_{i,\mathrm{a}}(\boldsymbol{x}_i(t|k),\boldsymbol{u}_i(t|k))+E_i(\boldsymbol{x}_i(N|k)),\tag{11}$$

其中, $l_{i,\mathrm{a}}:\mathcal{X}_i\times\mathcal{U}_i\to R_{\geqslant 0}$和$E_i:\mathcal{X}_i\to R_{\geqslant 0}$是连续有界函数. 对于任意$\boldsymbol{z}$, 有$\varPsi_i(\boldsymbol{z})\triangleq\{\boldsymbol{x}|E_i(\boldsymbol{x})\leqslant\boldsymbol{z}\}$.

假设 2 对于每个系统i, 定义终端约束集合$\varPsi_i(\delta_{i,\mathrm{f}})$及对应单步可控集合$\varPsi_i(\varepsilon_{i,\mathrm{f}})$, 其中$\varepsilon_{i,\mathrm{f}}\geqslant\delta_{i,\mathrm{f}}\geqslant 0$. 对于$\forall\boldsymbol{x}_i\in\varPsi_i(\varepsilon_{i,\mathrm{f}})$, 存在一个局部控制律$\boldsymbol{u}_i=\pi_i(\boldsymbol{x}_i)\in\mathcal{U}_i$, 使得全局系统(4)渐近稳定到$\boldsymbol{x}_\mathrm{s}$. 此外, 存在局部控制律$\pi_i(\boldsymbol{x}_i)$, 对于任意$\boldsymbol{x}_i\in\varPsi_i(\varepsilon_{i,\mathrm{f}})$和$\boldsymbol{x}_j^\mathrm{a}=\boldsymbol{x}_{j,\mathrm{s}}, j\in\mathcal{N}_i$, 有$\boldsymbol{x}_i^+=f_i(\boldsymbol{x}_i,\pi_i(\boldsymbol{x}_i))+\sum\limits_{j\in N_i}g_{ij}(\boldsymbol{x}_j^\mathrm{a})\in\varPsi_i(\delta_{i,\mathrm{f}})$和

$$E_i(\boldsymbol{x}_i^+)\leqslant E_i(\boldsymbol{x}_i)-l_{i,\mathrm{a}}(\boldsymbol{x}_i,\pi_i(\boldsymbol{x}_i)).\tag{12}$$

注 1 因$l_{i,\mathrm{a}}(\cdot)$和$E_i(\cdot)$为有界函数, $\mathcal{X}_i$和$\mathcal{U}_i$为凸紧集, 则存在函数$\lambda_{i,1}(\cdot),\lambda_{i,2}(\cdot)\in\mathcal{K}_\infty$, 使得不等式$\lambda_{i,1}(\|\boldsymbol{x}_i\|)\leqslant l_{i,\mathrm{a}}(\boldsymbol{x}_i,\boldsymbol{u}_i), \forall\boldsymbol{x}_i\in\mathcal{X}_i, \forall\boldsymbol{u}_i\in\mathcal{U}_i$和$E_i(\boldsymbol{x}_i)\leqslant\lambda_{i,2}(\|\boldsymbol{x}_i\|), \forall\boldsymbol{x}_i\in\varPsi_i(\delta_{i,\mathrm{f}})$成立, 并存在Lipschitz常数$\rho_i$和$\mu_i$使得下式成立:

$$\|l_{i,\mathrm{a}}(\boldsymbol{x}_i,\boldsymbol{u}_i)-l_{i,\mathrm{a}}(\boldsymbol{y}_i,\boldsymbol{u}_i)\|\leqslant\rho_i\|\boldsymbol{x}_i-\boldsymbol{y}_i\|,\tag{13a}$$

$$\|E_i(\boldsymbol{s}_i)-E_i(\boldsymbol{t}_i)\|\leqslant\mu_i\|\boldsymbol{s}_i-\boldsymbol{t}_i\|,\tag{13b}$$

其中, 任意$\boldsymbol{x}_i,\boldsymbol{y}_i\in\mathcal{X}_i, \boldsymbol{u}_i\in\mathcal{U}_i$和$\boldsymbol{s}_i,\boldsymbol{t}_i\in\varPsi_i(\delta_{i,\mathrm{f}})$.

注 2 对于系统$i\in\mathcal{M}$, 因$\mathcal{X}_i$为凸紧集, 则$\mathcal{X}_i$内任意两个状态之差存在最大值, 即$\tau_i=\max\limits_{\boldsymbol{x}_i,\boldsymbol{y}_i\in\mathcal{X}_i}\|\boldsymbol{x}_i-\boldsymbol{y}_i\|$.

为了构造经济控制问题(9)中收缩函数$\eta_i(\cdot)$, 定义如下辅助优化控制问题:

$$\boldsymbol{u}_i^\circ(k)=\arg\min_{\boldsymbol{u}_i(k)}\{V_i(\boldsymbol{x}_i(k),\boldsymbol{u}_i(k))|\text{式}(9\mathrm{b})-(9\mathrm{f})\},\tag{14}$$

其中$u_i^\circ(k)=\{\boldsymbol{u}_i^\circ(0|k),\boldsymbol{u}_i^\circ(1|k),\cdots,\boldsymbol{u}_i^\circ(N-1|k)\}$为问题(14)的最优解. 分别将$\boldsymbol{u}_i^*(k)$和$\boldsymbol{u}_i^\circ(k)$代入式(11), 并定义收缩函数为

$$\eta_i(\boldsymbol{x}_i(k),\alpha_i)=V_i(\boldsymbol{x}_i(k),u_i^\circ(k))+\alpha_i[\varphi_i(\boldsymbol{e}_i(k))+V_i(\boldsymbol{x}_i(k-1),\boldsymbol{u}_i^*(k-1))-V_i(\boldsymbol{x}_i(k),\boldsymbol{u}_i^\circ(k))],\tag{15}$$

其中: $\alpha_i\geqslant 0$和函数$\varphi_i(\boldsymbol{e}_i(k))=\sum\limits_{t=0}^{N-1}\rho_i\|\boldsymbol{e}_i(t|k)\|+\mu_i\|\boldsymbol{e}_i(N|k)\|$.

若控制问题(9)在k时刻是可行的, 则根据滚动时域控制原理, 定义k时刻经济预测控制律如下:

$$\boldsymbol{u}_i(k)=\boldsymbol{u}_i^{\mathrm{empc}}(k):=\boldsymbol{u}_i^*(k|k),\ \forall k\in I_{\geqslant 0},\tag{16}$$

其中$\boldsymbol{u}_i^*(k|k)$是$\boldsymbol{u}_i^*(k)$的第1个分量. 对于任意时刻$k\in I_{\geqslant 0}$, 对应的系统i的闭环系统为

$$\boldsymbol{x}_i(k+1)=f_i(\boldsymbol{x}_i(k),\boldsymbol{u}_i^{\mathrm{empc}}(k))+\sum_{j\in\mathcal{N}_i}g_{ij}(\boldsymbol{x}_j(k)).\tag{17}$$

下面给出通信时滞下的分布式EMPC控制律的算法:

算法1 通信时滞的分布式EMPC算法.

1) 设置参数$T,N,\alpha_i\in[0,1)$, 函数$\mathrm{Le}_i(\cdot)$, $l_{i,\mathrm{a}}(\cdot)$及$E_i(\cdot)$;

2) 求解问题(5)得$(\boldsymbol{x}_\mathrm{s},\boldsymbol{u}_\mathrm{s})$, 构造系统$i$的耦合系统$j\in\mathcal{N}_i$假设状态$\boldsymbol{x}_j^\mathrm{a}(0)=\{\boldsymbol{x}_{j,\mathrm{s}},\boldsymbol{x}_{j,\mathrm{s}},\cdots,\boldsymbol{x}_{j,\mathrm{s}}\}$;

3) 考虑初始状态$\boldsymbol{x}_i(0)$, 令$\eta_i(\boldsymbol{x}_i(0),\alpha_i)$充分大, 并且$k=0$;

4) 求解问题(9), 得最优控制序列$\boldsymbol{u}_i^*(k)$;

5) 将自身预测状态$\boldsymbol{x}_i^*(k)$发送给下游耦合子系统;

6) 若接收到上游耦合子系统的预测状态$x_j^*(k)$, 令$\boldsymbol{x}_j^\mathrm{a}(k):=\boldsymbol{x}_j^*(k)$; 否则, $\boldsymbol{x}_j^\mathrm{a}(k):=\boldsymbol{x}_j^\mathrm{a}(0)$;

7) 将$\boldsymbol{u}_i^*(k)$的首个分量作用于系统(1), 令$k=k+1$;

8) 测量k时刻状态$\boldsymbol{x}_i(k)$, 求解问题(14)得最优控制序列$\boldsymbol{u}_i^\circ(k)$;

9) 将$\boldsymbol{u}_i^\circ(k)$代入式(15)更新$\eta_i(\boldsymbol{x}_i(k),\alpha_i)$, 并返回步骤4).

3.2 递推可行性与稳定性

定义 2 对于任意系统i, 考虑初始状态$\boldsymbol{x}_i(0)\in X_i$及边界条件$\boldsymbol{x}_i(0|k)=\boldsymbol{x}_i(k)$, 如果系统(1)存在可行预测控制序$\boldsymbol{u}_i(k)$, 则$\boldsymbol{x}_i$称为系统$i$的可行初始状态. 并且全体可行初始状态组成的集合$\mathcal{X}_{i,N}$称为系统(1)的可行初始集.

定理 1 若假设1和2成立, 对于系统i在任意时刻$k\in I_{\geqslant 1}$, 给定常数$\alpha_i\geqslant 0$, 若以下条件成立:

$$\frac{L_{\mathrm{f}_i}^{t+1}-1}{L_{\mathrm{f}_i}-1}\sum_{j\in\mathcal{N}_i}L_{\mathrm{g}_{ij}}\max\{\tau_j,\delta_j\}\leqslant\delta_i,\quad t\in I_{0:N},\tag{18}$$

$$B_i(N)\oplus\varPsi_i(\delta_{i,\mathrm{f}})\in\varPsi(\varepsilon_{i,\mathrm{e}}),\tag{19}$$

则经济控制问题(9)和辅助问题(14)在$\mathcal{X}_{i,N}$内具有递推可行性, 进而集合$\mathcal{X}_{i,N}$是系统的一个不变集.

证　根据系统i在$k-1$时刻状态$\boldsymbol{x}_i(k-1)\in\mathcal{X}_{i,N}$及问题(9)的最优解$\boldsymbol{u}_i^*(k-1)$, 构造$k$时刻的$N$步候补控制输入序列, 即

$$\begin{aligned}\tilde{\boldsymbol{u}}_i(k)=\{&\boldsymbol{u}_i^*(1|k-1),\cdots,\boldsymbol{u}_i^*(N-1|k-1),\\&\pi_i(\boldsymbol{x}_i^*(N|k-1))\},\end{aligned}\tag{20}$$

其中$\boldsymbol{x}_i^*(N|k-1)$是对应于$\boldsymbol{u}_i^*(k-1)$的终端预测状态, 满足$\boldsymbol{x}_i^*(N|k-1)\in\varPsi_i(\delta_{i,\mathrm{f}})$. 由式(10)可知, 系统$j$的假设状态构造为$\boldsymbol{x}_j^{\mathrm{a}}(k)=\{\boldsymbol{x}_j^{\mathrm{a}}(0|k),\cdots,\boldsymbol{x}_j^{\mathrm{a}}(N-2|k),\boldsymbol{x}_j^{\mathrm{a}}(N-1|k)\}$. 将控制序列$\tilde{\boldsymbol{u}}_i(k)$和$\boldsymbol{x}_j^{\mathrm{a}}(k)$代入系统(1)得相应状态序列为$\tilde{\boldsymbol{x}}_i(k)=\{\tilde{\boldsymbol{x}}_i(1|k),\cdots,\tilde{\boldsymbol{x}}_i(N-1|k),\tilde{\boldsymbol{x}}_i(N|k)\}$, 其中$\tilde{\boldsymbol{x}}_i(N|k)=f_i(\boldsymbol{x}_i(N-1|k),\pi_i(\boldsymbol{x}_i^*(N|k-1)))+\sum\limits_{j\in\mathcal{N}_i}g_{ij}(\boldsymbol{x}_j^{\mathrm{a}}(N-1|k))$.

将序列$\tilde{\boldsymbol{x}}_i(k)$与$\boldsymbol{x}_i^*(k-1)$中对应的状态分量作差, 因为$\tilde{\boldsymbol{u}}_i(t-1|k)=\boldsymbol{u}_i^*(t|k-1)$, 并利用假设1, 可得

$$\begin{aligned}&\|\tilde{\boldsymbol{x}}_i(t|k)-\boldsymbol{x}_i^*(t+1|k-1)\|\leqslant\\&L_{\mathrm{f}_i}\|\tilde{\boldsymbol{x}}_i(t-1|k)-\boldsymbol{x}_i^*(t|k-1)\|+\\&\sum_{j\in\mathcal{N}_i}L_{\mathrm{g}_{ij}}\|\boldsymbol{x}_j^{\mathrm{a}}(t-1|k)-\boldsymbol{x}_j^{\mathrm{a}}(t|k-1)\|.\end{aligned}\tag{21}$$

由式(10)可知, 当$k-1,k\in[0,h]$时, 式(21)第2项中假设状态$\boldsymbol{x}_j^{\mathrm{a}}$差分项, 可得

$$\|\boldsymbol{x}_j^{\mathrm{a}}(t-1|k)-\boldsymbol{x}_j^{\mathrm{a}}(t|k-1)\|=0.\tag{22}$$

当$k-1=h,k\in(h,T]$时, 状态$\boldsymbol{x}_j^*(t-1|k-h)$, $\boldsymbol{x}_{j,\mathrm{s}}\in\mathcal{X}_j$, 则根据注2, 式(21)第2项中假设状态$\boldsymbol{x}_j^{\mathrm{a}}$差分项, 可得

$$\|\boldsymbol{x}_j^{\mathrm{a}}(t-1|k)-\boldsymbol{x}_j^{\mathrm{a}}(t|k-1)\|\leqslant\tau_j,\tag{23}$$

其中τ_j是对应凸紧集$\mathcal{X}_j$两状态之差的最大值.

当$k-1,k\in(h,T]$时, 系统j对应控制问题(9)中约束$\|\boldsymbol{x}_j^*(t|k-h)-\boldsymbol{x}_j^*(t+1|k-h-1)\|\leqslant\delta_j$, $t\in I_{0:N-1}$成立, 故式(21)第2项中状态$\boldsymbol{x}_j^{\mathrm{a}}$差分项, 可得

$$\|\boldsymbol{x}_j^{\mathrm{a}}(t-1|k)-\boldsymbol{x}_j^{\mathrm{a}}(t|k-1)\|\leqslant\delta_j.\tag{24}$$

将式(22)–(24)代入式(21), 整理可得

$$\begin{aligned}&\|\tilde{\boldsymbol{x}}_i(t|k)-\boldsymbol{x}_i^*(t+1|k-1)\|\leqslant\\&\sum_{j\in\mathcal{N}_i}L_{\mathrm{g}_{ij}}\theta_j+L_{\mathrm{f}_i}\|\tilde{\boldsymbol{x}}_i(t-1|k)-\\&\boldsymbol{x}_i^*(t|k-1)\|,\end{aligned}\tag{25}$$

其中$\theta_j=\max\{\tau_j,\delta_j\}$.

同理可得, 状态$\tilde{\boldsymbol{x}}_i(t-1|k)$与$\boldsymbol{x}_i^*(t|k-1),t\geqslant1$的偏差, 可得

$$\begin{aligned}&\|\tilde{\boldsymbol{x}}_i(t-1|k)-\boldsymbol{x}_i^*(t|k-1)\|\leqslant\\&\sum_{j\in\mathcal{N}_i}L_{\mathrm{g}_{ij}}\theta_j+L_{\mathrm{f}_i}\|\tilde{\boldsymbol{x}}_i(t-2|k)-\boldsymbol{x}_i^*(t-1|k-1)\|,\\&\qquad\vdots\\&\|\boldsymbol{x}_i(k)-\boldsymbol{x}_i^*(k|k-1)\|\leqslant\sum_{j\in\mathcal{N}_i}L_{\mathrm{g}_{ij}}\theta_j,\end{aligned}\tag{26}$$

其中$\tilde{\boldsymbol{x}}_i(k|k)=\boldsymbol{x}_i(k)$. 将式(26)代入式(25), 整理可得

$$\begin{aligned}&\|\tilde{\boldsymbol{x}}_i(t|k)-\boldsymbol{x}_i^*(t+1|k-1)\|\leqslant\\&\frac{L_{\mathrm{f}_i}^{t+1}-1}{L_{\mathrm{f}_i}-1}\sum_{j\in\mathcal{N}_i}L_{\mathrm{g}_{ij}}\theta_j.\end{aligned}\tag{27}$$

考虑式(18)成立, 则$\|\tilde{\boldsymbol{x}}_i(t|k)-\boldsymbol{x}_i^*(t+1|k-1)\|\leqslant\delta,t\in I_{0:N}$, 故约束(9c)在$k$时刻满足.

因为$\boldsymbol{x}_i^*(t+1|k-1)\in\mathcal{X}_i\ominus B_i(t+1),t\in I_{0:N-1}$, 并由上式可知$\tilde{\boldsymbol{x}}_i(t|k)-\boldsymbol{x}_i^*(t+1|k-1)\in B_i(t)$, 所以状态$\tilde{\boldsymbol{x}}_i(t|k)\in\mathcal{X}_i\ominus B_i(t+1)\oplus B_i(t)\subset\mathcal{X}_i\ominus B_i(t)$, 即约束(9d)在$k$时刻满足.

当$t=N$时, 终端状态$\tilde{\boldsymbol{x}}_i(N|k)$有

$$\begin{aligned}&\tilde{\boldsymbol{x}}_i(N|k)=\\&\boldsymbol{x}_i^*(N+1|k-1)+\tilde{\boldsymbol{x}}_i(N|k)-\\&\boldsymbol{x}_i^*(N+1|k-1)\in B_i(N)\oplus\varPsi_i(\delta_{i,\mathrm{f}}).\end{aligned}\tag{28}$$

考虑式(19)成立, 终端状态$\tilde{\boldsymbol{x}}_i(N|k)\in\varPsi(\varepsilon_{i,\mathrm{e}})$成立. 利用假设2中式(12b), 有$\tilde{\boldsymbol{x}}_i(N+1|k)\in\varPsi_i(\delta_{i,\mathrm{f}})$, 故约束(9e)在$k$时刻满足.

由式(20)可知, $\tilde{\boldsymbol{u}}_i(k)$中$\tilde{\boldsymbol{u}}_i(t|k)=\boldsymbol{u}_i^*(t|k-1)\in\mathcal{U}_i,t\in I_{0:N-2}$. 当$t=N$时, 由假设2可知, 在集合$\varPsi_i(\delta_{i,\mathrm{f}})$内, 存在局部控制律$\boldsymbol{u}_i=\pi_i(\boldsymbol{x}_i^*(N|k-1))\in\mathcal{U}_i$. 因此, 约束(9f)在$k$时刻也满足.

综上证明, 候补控制输入序列$\tilde{\boldsymbol{u}}_i(k)$满足约束(9b)–(9f), 从而$\tilde{\boldsymbol{u}}_i(k)$是辅助优化问题(14)在$k$时刻的可行解, 故辅助优化问题(14)在$k$时刻存在最优解, 并设为$\boldsymbol{u}_i^{\mathrm{o}}(k)$, 则以下不等式成立:

$$V_i(\boldsymbol{x}_i(k),\boldsymbol{u}_i^{\mathrm{o}}(k))\leqslant V_i(\boldsymbol{x}_i(k),\tilde{\boldsymbol{u}}_i(k)).\tag{29}$$

进一步, 考虑候补控制输入序列$\tilde{\boldsymbol{u}}_i(k)$, 可得

$$\begin{aligned}&V_i(\boldsymbol{x}_i(k),\boldsymbol{u}_i^{\mathrm{o}}(k))-V_i(\boldsymbol{x}_i(k-1),\boldsymbol{u}_i^*(k-1))\leqslant\\&\sum_{t=0}^{N-2}(l_{i,\mathrm{a}}(\boldsymbol{x}_i(t|k),\boldsymbol{u}_i^*(t+1|k-1))-\\&l_{i,\mathrm{a}}(\boldsymbol{x}_i^*(t+1|k-1),\boldsymbol{u}_i^*(t+1|k-1)))+\\&l_{i,\mathrm{a}}(\boldsymbol{x}_i(N-1|k),u_i^*(N|k-1))-\\&l_{i,\mathrm{a}}(\boldsymbol{x}_i(k-1),\boldsymbol{u}_i^*(k-1))+\\&E_i(\boldsymbol{x}_i(N|k))-E_i(\boldsymbol{x}_i(N|k-1)).\end{aligned}\tag{30}$$

利用注2中的式(13a), 上式中$l_{i,\mathrm{a}}(\cdot)$的差值为

$$\sum_{t=0}^{N-2}(l_{i,\mathrm{a}}(\boldsymbol{x}_i(t|k),\boldsymbol{u}_i^*(t+1|k-1))-l_{i,\mathrm{a}}(\boldsymbol{x}_i^*(t+1|k-1),\boldsymbol{u}_i^*(t+1|k-1)))\leqslant\sum_{t=0}^{N-2}\rho_i\|\boldsymbol{e}_i(k+t|k)\|,\tag{31}$$

又因状态$\boldsymbol{x}_i(N|k)=f_i(\boldsymbol{x}_i(N-1|k),\pi_i(\boldsymbol{x}_i^*(N|k-1)))+\sum\limits_{j\in\mathcal{N}_i}g_{ij}(\boldsymbol{x}_j^{\mathrm{a}}(N-1|k))\in\varPsi_i(\delta_{i,\mathrm{f}})$, 并且状态$\boldsymbol{x}_i(N|k-1)\in\varPsi_i(\delta_{i,\mathrm{f}})$, 利用假设2和注1中的不等式, 式(30)中的$E_i(\cdot)$的差值可以计算为

$$E_i(\boldsymbol{x}_i(N|k))-E_i(\boldsymbol{x}_i(N|k-1))\leqslant\mu_i\|\boldsymbol{x}_i(N|k)-\boldsymbol{x}_i^*(N+1|k-1)\|-l_{i,\mathrm{a}}(\boldsymbol{x}_i^*(N|k-1),\boldsymbol{u}_i^*(N|k-1)).\tag{32}$$

将式(31)–(32)代入式(30), 整理可得

$$V_i(\boldsymbol{x}_i(k),\boldsymbol{u}_i^{\mathrm{o}}(k))-V_i(\boldsymbol{x}_i(k-1),\boldsymbol{u}_i^*(k-1))\leqslant\varphi_i(\boldsymbol{e}_i(k))-l_{i,\mathrm{a}}(\boldsymbol{x}_i(k-1),\boldsymbol{u}_i^*(k-1)),\tag{33}$$

将式(33)代入式(15), 因$V_i(\boldsymbol{x}_i(k),\boldsymbol{u}_i^{\mathrm{o}}(k))\geqslant0$和$\varphi_i(\boldsymbol{e}_i(k))\geqslant0$, 得$\eta_i(\boldsymbol{x}_i(k),\alpha_i)\geqslant0$. 进一步, 将问题(14)的最优控制序列$\boldsymbol{u}_i^{\mathrm{o}}(k)$代入式(9f)中的左边项$V_i(\boldsymbol{x}_i(k),\boldsymbol{u}_i(k))$, 并考虑$\alpha_i\geqslant0$和正定函数$l_{i,\mathrm{a}}(\cdot)$, 有

$$V_i(\boldsymbol{x}_i(k),\boldsymbol{u}_i^{\mathrm{o}}(k))\leqslant V_i(\boldsymbol{x}_i(k),\boldsymbol{u}_i^{\mathrm{o}}(k))+\alpha_i[\varphi_i(\boldsymbol{e}_i(k))+V_i(\boldsymbol{x}_i(k-1),\boldsymbol{u}_i^*(k-1))-V_i(\boldsymbol{x}_i(k),\boldsymbol{u}_i^{\mathrm{o}}(k))]=:\eta_i(\boldsymbol{x}_i(k),\alpha_i),\tag{34}$$

即$\boldsymbol{u}_i^{\mathrm{o}}(k)$为经济控制问题(9)在$k$时刻的一个可行解. 所以问题(9)在任意时刻具有递推可行性. 此时, 考虑问题(9)的初始条件, 并根据定义2可知状态$\boldsymbol{x}_i(k)$为系统i的一个可行初始状态, 所以状态$\boldsymbol{x}_i(k)\in\mathcal{X}_{i,N}$, 即$\mathcal{X}_{i,N}$是闭环系统(17)的不变集. 证毕.

定理 2 如果假设1和2成立, 系统i的经济控制问题(9)在初始时刻存在可行解. 对于任意状态$\boldsymbol{x}_i\in\dfrac{\mathcal{X}_{i,N}}{\varPsi_i(\delta_{i,\mathrm{f}})}$和$\boldsymbol{u}_i\in\mathcal{U}_i$, 若以下不等式成立:

$$\alpha_i l_{i,\mathrm{a}}(\boldsymbol{x}_i,\boldsymbol{u}_i)\geqslant\rho_i\sum_{t=0}^{N-1}\xi_i(t)+\mu_i\xi_i(N),\tag{35}$$

并给定$\alpha_i\in[0,\dfrac12]$, 则系统i的状态$\boldsymbol{x}_i$渐近收敛到终端域$\varPsi_i(\delta_{i,\mathrm{f}})$.

证 对于任意系统i, 给定$\alpha_i\in[0,\dfrac12]$, 由于经济控制问题(9)在初始时刻是可行的. 根据定理1可知, 经济控制问题(9)在$k\in I_{\geqslant0}$时刻存在可行解.

考虑经济控制问题(9)在$k-1$和k时刻的最优解分别为$\boldsymbol{u}_i^*(k-1)$和$\boldsymbol{u}_i^*(k)$, 并将相应的序列代入值函数(11)做差分运算, 结合约束条件(9g), 可得

$$V_i(\boldsymbol{x}_i(k),\boldsymbol{u}_i^*(k))-V_i(\boldsymbol{x}_i(k-1),\boldsymbol{u}_i^*(k-1))\leqslant\alpha_i\varphi_i(\boldsymbol{e}_i(k))+(1-\alpha_i)[V_i(\boldsymbol{x}_i(k),u_i^{\mathrm{o}}(k))-V_i(\boldsymbol{x}_i(k-1),\boldsymbol{u}_i^*(k-1))].\tag{36}$$

将式(27)(33)代入式(36), 并整理得

$$V_i(\boldsymbol{x}_i(k),\boldsymbol{u}_i^*(k))-V_i(\boldsymbol{x}_i(k-1),\boldsymbol{u}_i^*(k-1))\leqslant(\alpha_i-1)l_{i,\mathrm{a}}(\boldsymbol{x}_i(k-1),\boldsymbol{u}_i^*(k-1))+\varphi_i(\boldsymbol{e}_i(k)),\tag{37}$$

由式(30)知$\|\boldsymbol{e}_i(t|k)\|\leqslant\xi_i(t)$, 则$\varphi_i(\boldsymbol{e}_i(k))\leqslant\mu_i\xi_i(N)+\rho_i\sum\limits_{t=0}^{N-1}\xi_i(t)$. 当$\boldsymbol{x}_i(k)\in\dfrac{\mathcal{X}_{i,N}}{\varPsi_i(\delta_{i,\mathrm{f}})}$, 并且$\alpha_i\in[0,\dfrac12]$, 将式(35)代入式(37), 整理可得

$$V_i(\boldsymbol{x}_i(k),\boldsymbol{u}_i^*(k))-V_i(\boldsymbol{x}_i(k-1),\boldsymbol{u}_i^*(k-1))\leqslant(2\alpha_i-1)l_{i,\mathrm{a}}(\boldsymbol{x}_i(k-1),\boldsymbol{u}_i^*(k-1))\leqslant0.\tag{38}$$

因此, 闭环状态轨迹$\boldsymbol{x}_i(k)\in\dfrac{\mathcal{X}_{i,N}}{\varPsi_i(\delta_{i,\mathrm{f}})}$将会收敛于终端域$\varPsi_i(\delta_{i,\mathrm{f}})$. 证毕.

定理 3 若假设1和2成立, 对于任意系统i, 若$\boldsymbol{x}_i(0)\in\varPsi_i(\delta_{i,\mathrm{f}})$, 则系统在$\varPsi_i(\delta_{i,\mathrm{f}})$内具有ISS.

证 由注2知, 存在$\lambda_{i,1}(\cdot)\in\mathcal{K}_\infty$, 使得

$$\lambda_{i,1}(\|\boldsymbol{x}_i\|)\leqslant l_{i,\mathrm{a}}(\boldsymbol{x}_i,\boldsymbol{u}_i)$$

成立. 故函数$V_i(\boldsymbol{x}_i(k),\boldsymbol{u}_i^*(k))$下界为

$$\lambda_{i,1}(\|\boldsymbol{x}_i\|)\leqslant l_{i,\mathrm{a}}(\boldsymbol{x}_i(k),\boldsymbol{u}_i^*(k))\leqslant V_i(x_i(k),u_i(k)).\tag{39}$$

利用文献[19]的定理3, 对于$\forall\boldsymbol{x}_i(k)\in\varPsi_i(\delta_{i,\mathrm{f}})$, 函数$V_i(\boldsymbol{x}_i(k),\boldsymbol{u}_i^*(k))$上界满足

$$V_i(x_i(k),u_i(k))\leqslant E_i(\boldsymbol{x}_i(k))\leqslant\lambda_{i,2}(\|\boldsymbol{x}_i\|),\tag{40}$$

其中$\lambda_{i,2}(\cdot)\in\mathcal{K}_\infty$.

在终端域$\varPsi_i(\delta_{i,\mathrm{f}})$内, 函数$V_i(\boldsymbol{x}_i(k),\boldsymbol{u}_i^*(k))$的差分运算, 由式(37)知

$$V_i(\boldsymbol{x}_i(k),\boldsymbol{u}_i^*(k))-V_i(\boldsymbol{x}_i(k-1),\boldsymbol{u}_i^*(k-1))\leqslant(\alpha_i-1)l_{i,\mathrm{a}}(\boldsymbol{x}_i(k-1),\boldsymbol{u}_i^*(k-1))+\varphi_i(\boldsymbol{e}_i(k)),\tag{41}$$

由于$\alpha_i\in[0,\dfrac12]$, 故存在函数$\lambda_{i,3}(\cdot)\in\mathcal{K}_\infty$和$\sigma_{i,1}(\cdot)\in\mathcal{K}$, 使得下式成立:

$$V_i(\boldsymbol{x}_i(k),\boldsymbol{u}_i^*(k))-V_i(\boldsymbol{x}_i(k-1),\boldsymbol{u}_i^*(k-1))\leqslant\sigma_{i,1}(\|\boldsymbol{e}_i(k)\|)-\lambda_{i,3}(\|\boldsymbol{x}_i(k-1)\|).\tag{42}$$

结合式(39)–(42), 由引理1知, $V_i(\boldsymbol{x}_i(k),\boldsymbol{u}_i^*(k))$为闭环系统(17)的一个ISS-Lyapunov函数. 因此, 闭环系

统(17)在$\varPsi_i(\delta_{i,\mathrm{f}})$内具有ISS. 证毕.

4 实例仿真

考虑如下状态耦合的非线性CSTRs模型[20]:

$$\begin{aligned}
\dot{C}_{\mathrm{A}1} &= \frac{F_{01}}{V_1}(C_{\mathrm{A}01}-C_{\mathrm{A}1})+\frac{F_{\mathrm{r}1}}{V_1}(C_{\mathrm{A}2}-C_{\mathrm{A}1})+\\
&\quad \frac{F_{\mathrm{r}2}}{V_1}(C_{\mathrm{A}4}-C_{\mathrm{A}1})-\sum_{i=1}^{3}k_{i0}\mathrm{e}^{-\frac{E_i}{\mathrm{RT}_1}}C_{\mathrm{A}1},\\
\dot{T}_1 &= \frac{F_{01}}{V_1}(T_{01}-T_1)+\frac{F_{\mathrm{r}1}}{V_1}(T_2-T_1)+\\
&\quad \frac{F_{\mathrm{r}2}}{V_1}(T_4-T_1)-\sum_{i=1}^{3}\frac{\Delta H_i}{\rho c_{\mathrm{p}}}k_{i0}\mathrm{e}^{-\frac{E_i}{\mathrm{RT}_1}}C_{\mathrm{A}1}+\\
&\quad \frac{UA}{\rho c_{\mathrm{p}}V_1}(T_{\mathrm{c}1}-T_1),\\
\dot{C}_{\mathrm{A}2} &= \frac{F_1}{V_2}(C_{\mathrm{A}1}-C_{\mathrm{A}2})+\frac{F_{02}}{V_2}(C_{\mathrm{A}02}-C_{\mathrm{A}2})-\\
&\quad \sum_{i=1}^{3}k_{i0}\mathrm{e}^{-\frac{E_i}{\mathrm{RT}_2}}C_{\mathrm{A}2},\\
\dot{T}_2 &= \frac{F_1}{V_2}(T_1-T_2)+\frac{F_{02}}{V_2}(T_{02}-T_2)-\\
&\quad \sum_{i=1}^{3}\frac{\Delta H_i}{\rho c_{\mathrm{p}}}k_{i0}\mathrm{e}^{-\frac{E_i}{\mathrm{RT}_2}}C_{\mathrm{A}2}+\frac{UA}{\rho c_{\mathrm{p}}V_2}(T_{\mathrm{c}2}-T_2),\\
\dot{C}_{\mathrm{A}3} &= \frac{F_2-F_{\mathrm{r}1}}{V_3}(C_{\mathrm{A}2}-C_{\mathrm{A}3})+\frac{F_{03}}{V_3}(C_{\mathrm{A}03}-\\
&\quad C_{\mathrm{A}3})-\sum_{i=1}^{3}k_{i0}\mathrm{e}^{-\frac{E_i}{\mathrm{RT}_3}}C_{\mathrm{A}3},\\
\dot{T}_3 &= \frac{F_2-F_{\mathrm{r}1}}{V_3}(T_2-T_3)+\frac{F_{03}}{V_3}(T_{03}-T_3)-\\
&\quad \sum_{i=1}^{3}\frac{\Delta H_i}{\rho c_{\mathrm{p}}}k_{i0}\mathrm{e}^{-\frac{E_i}{\mathrm{RT}_3}}C_{\mathrm{A}3}+\frac{UA}{\rho c_{\mathrm{p}}V_3}(T_{\mathrm{c}3}-T_3),\\
\dot{C}_{\mathrm{A}4} &= \frac{F_3}{V_4}(C_{\mathrm{A}3}-C_{\mathrm{A}4})+\frac{F_{04}}{V_4}(C_{\mathrm{A}04}-C_{\mathrm{A}4})-\\
&\quad \sum_{i=1}^{3}k_{i0}\mathrm{e}^{-\frac{E_i}{\mathrm{RT}_4}}C_{\mathrm{A}4},\\
\dot{T}_4 &= \frac{F_3}{V_4}(T_3-T_4)+\frac{F_{04}}{V_4}(T_{04}-T_4)-\\
&\quad \sum_{i=1}^{3}\frac{\Delta H_i}{\rho c_{\mathrm{p}}}k_{i0}\mathrm{e}^{-\frac{E_i}{\mathrm{RT}_4}}C_{\mathrm{A}4}+\frac{UA}{\rho c_{\mathrm{p}}V_4}(T_{\mathrm{c}4}-T_4),
\end{aligned} \tag{43}$$

其中: $C_{\mathrm{A}i}, C_{\mathrm{A}0i}, T_{0i}, F_{0i}, \Delta H_i$ 和 $E_i(i=1,2,3,4)$分别为第i个反应器反应物的内部浓度、入口浓度、入口温度、入口流量、反应热和活化能; $T_i, T_{\mathrm{c}i}$和F_i分别为第i个反应器温度、冷却剂温度和流出物流量; $F_{\mathrm{r}1}$和$F_{\mathrm{r}2}$分别为CSTR2和CSTR4到CSTR1的循环流量; $c_{\mathrm{p}}, R, \rho, V$和$k_0$分别为热容、气体常数、溶液密度、体积和反应动力学参数; U为储罐反应器与护套之间的传热系数; A为相应传热面积. 选取参数[21]: $F_{01}=50$ L/min, $F_{02}=80$ L/min, $F_{03}=100$ L/min, $F_{04}=110$ L/min, $F_{\mathrm{r}1}=25$ L/min, $F_{\mathrm{r}2}=20$ L/min, $F_1=25$ L/min, $F_2=50$ L/min, $F_3=35$ L/min, $V_1=V_2=V_3=V_4=100$ L, $C_{\mathrm{A}0i}=1$ mol/L, $UA=5\times10^4$ J/min·K, $\rho=1000$ g/L, $c_{\mathrm{p}}=0.239$ J/g·K, $E_1/R=E_2/R=8750$ K, $E_3/R=9000$ K, $k_1=2\times10^{10}$ min^{-1}, $k_2=2.5\times10^{10}$ min^{-1}, $k_3=3\times10^{10}$ min^{-1}, $T_{0i}=350$ K, $\Delta H_i=-5\times10^4$ J/mol. 定义状态变量为$\boldsymbol{x_i}=[C_{\mathrm{A}i}\ \ T_i]^{\mathrm{T}}$和控制变量为$u_i=T_{\mathrm{c}i}$, 及状态约束和控制约束分别为$\mathcal{X}_i=[0,1]\times[300,370]$和$\mathcal{U}_i=[280,350]$.

考虑CSTRs的经济性能指标为: $\mathrm{Le}_i(\boldsymbol{x}_i,\ u_i)=0.4\times\sin(0.75(u_i+(x_{i,2}-350)^2))$. 由式(5)得最优经济平衡点$(\boldsymbol{x}_{i,\mathrm{s}}, u_{i,\mathrm{s}})$分别为(0.406, 350.231, 315.964), (0.475, 350.347, 310.164), (0.52, 350.85, 305.607), (0.549, 350.935, 302.809).

设置关于经济平衡点$(\boldsymbol{x}_{i,\mathrm{s}}, u_{i,\mathrm{s}})$的正定函数为

$$\begin{aligned}
&L_{i,\mathrm{a}}(\boldsymbol{x}_i,u_i)=\\
&(\boldsymbol{x}_i-\boldsymbol{x}_{i,\mathrm{s}})^{\mathrm{T}}Q_i(\boldsymbol{x}_i-\boldsymbol{x}_{i,\mathrm{s}})+R_i(u_i-u_{i,\mathrm{s}})^2
\end{aligned}$$

和

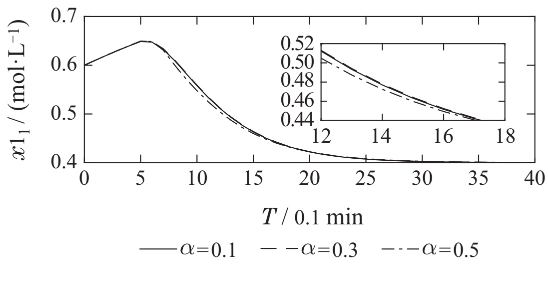
$$E_{i,\mathrm{a}}(\boldsymbol{x}_i)=(\boldsymbol{x}_i-\boldsymbol{x}_{i,\mathrm{s}})^{\mathrm{T}}P_i(\boldsymbol{x}_i-\boldsymbol{x}_{i,\mathrm{s}}),$$

其中Q_i =diag$\{1,1\}$和R_i =diag$\{0.1,0.1\}$.

对系统(43)在平衡点$(\boldsymbol{x}_{i,s}, u_{i,s})$的线性化模型求解线性二次调节器(linear quadratic regulator, LQR)问题, 得正定对称矩阵P_i分别为[263.491 5.197 5.196 0.260], [251.139 5.136 5.136 0.256], [229.508 5.003 5.003 0.250]和[211.064 4.860 4.860 0.243], 局部控制律增益矩阵K_i分别为[108.736 5.445], [107.454 5.373], [104.672 5.232]和[101.692 5.094]. 设置参数分别为$\varepsilon_{i,\mathrm{f}}=63.13$, $\delta_{1,\mathrm{f}}=62.968$, $\delta_{2,\mathrm{f}}=\delta_{3,\mathrm{f}}=61.23$和$\delta_{4,\mathrm{f}}=62.968$, 局部控制律为$\pi_i(\boldsymbol{x}_i)=K_i(\boldsymbol{x}_i-\boldsymbol{x}_{i,\mathrm{s}})+u_{i,\mathrm{s}}$.

在仿真中, 采用欧拉差分法对系统(43)进行离散化, 取采样周期为0.1 min, 预测步长为7, 通信时滞为4, 仿真总步长为35. 采用MATLAB R2022a的fmincon函数计算经济控制问题(9)和辅助优化控制问题(14). 下面通过以下仿真实验验证本文所提算法的有效性.

选取子系统的初始状态分别为(0.6, 330), (0.65, 330), (0.5, 330)和(0.6, 325). 运行算法, 仿真结果如图1–8所示. 其中, 实线、虚线和点线分别为参数$\alpha=0.1, 0.3$ 和0.5的仿真结果.



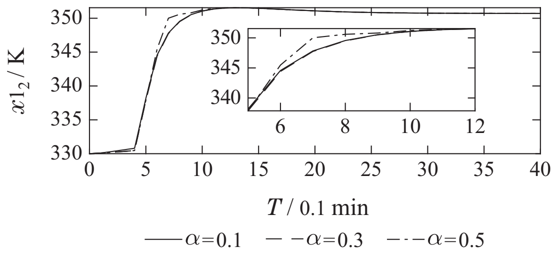


图 1 子系统1的状态

Fig. 1 The state of subsystem 1

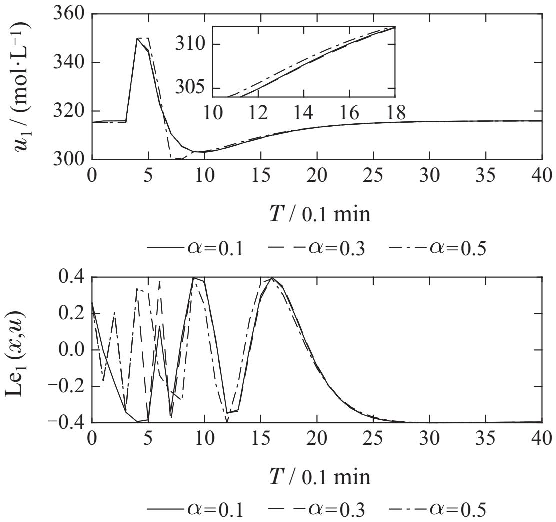


图 2 子系统1的输入和性能函数

Fig. 2 The input and the performance function of subsystem 1

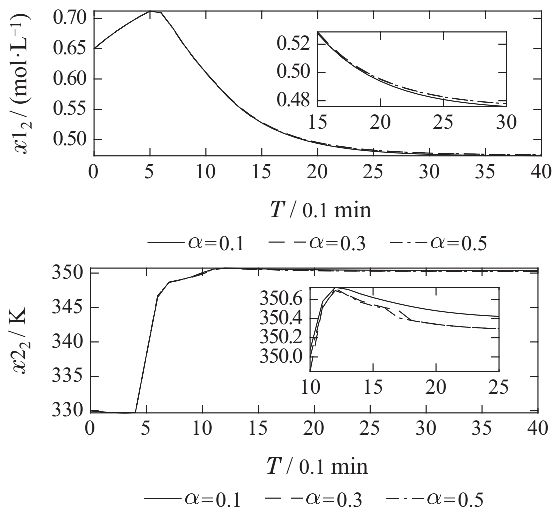
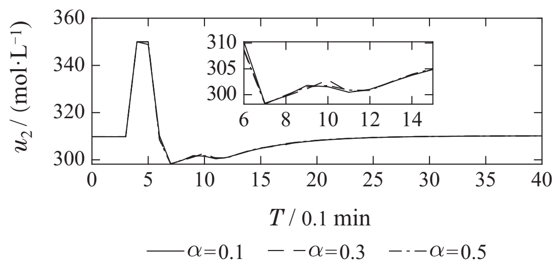


图 3 子系统2的状态

Fig. 3 The state of subsystem 2



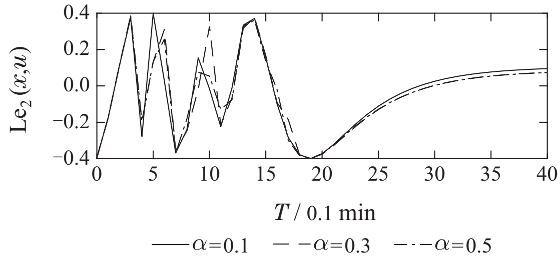


图 4 子系统2的输入和性能函数

Fig. 4 The input and the performance function of subsystem 2

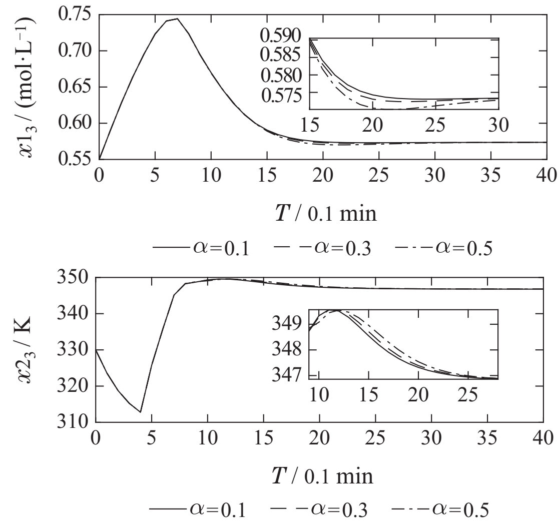


图 5 子系统3的状态

Fig. 5 The state of subsystem 3

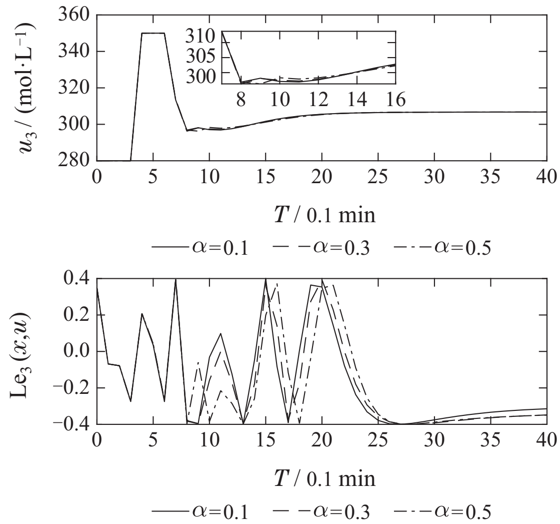
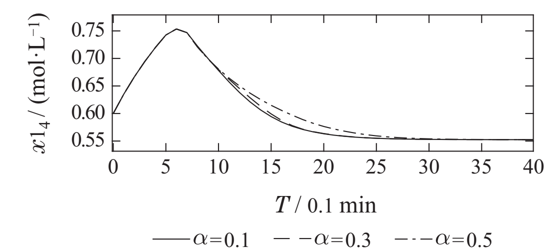


图 6 子系统3的输入和性能函数

Fig. 6 The input and the performance function of subsystem 3



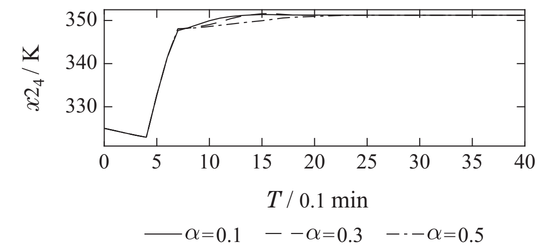


图 7 子系统4的状态

Fig. 7 The state of subsystem 4

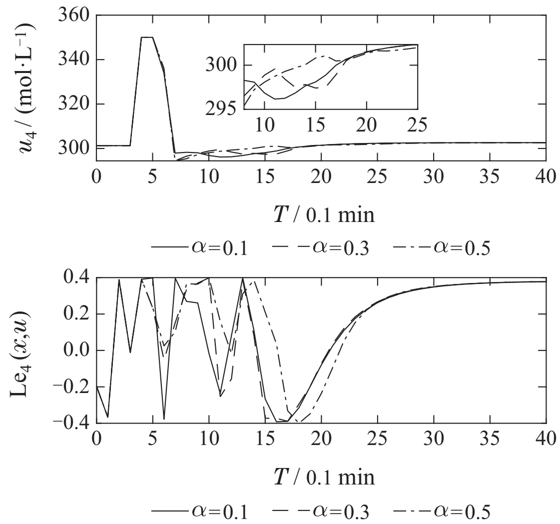


图 8 子系统4的输入和性能函数

Fig. 8 The input and the performance function of subsystem 4

通过分析图 1–8 可得出, 对于系数 $\alpha_i \in [0, \dfrac{1}{2}]$, 在受到时滞的影响下, 闭环子系统收敛于最优经济平衡点$(\boldsymbol{x}_{i,\mathrm{s}}, u_{i,\mathrm{s}})$. 不同系数$\alpha$对应的不同的闭环状态轨迹, 从子系统的状态图可看出, 参数α越小, 闭环系统的收敛速度较慢; 从性能函数图可看出, 参数α越大, 性能函数波动越小, 经济性能越好. 这表明系统的经济最优性和稳定性是互相冲突的控制目标. 可利用本文所提的策略, 通过选择合适的参数α, 权衡系统的经济性能和稳定性目标, 从而实现系统的综合控制效果.

由于CSTRs模型的子系统演化受到耦合子系统物质流影响, 故仿真中选择子系统的体积一样, 但流入每一个子系统的物质流量不一样, 分别为95 L/min, 105 L/min, 125 L/min 和 145 L/min. 从图2, 4, 6和 8 中的第2个子图中, 分别选取实线$\alpha = 0.1$的仿真结果进行对比, 可得出结论: 在前期经过波动以后, 子系统1的性能函数首先进入最后一个拐点快速趋于平衡, 子系统4的性能函数虽然快于子系统2和子系统3非性能函数进入最后一个拐点, 但是收敛平衡的速度最慢. 这表明, 在耦合的子系统中, 物质流的流速在一定条件下决定耦合子系统收敛的速度.

在耦合子系统受到通信时滞影响时, 从图1, 3, 5和7中可知, 在前4步由于子系统没有接收到耦合子系统的状态信息, 子系统下一时刻状态演化比较平稳, 在4步以后, 接收到耦合子系统的状态信息时, 子系统的状态演化相对于前4步比较快. 这表明, 耦合子系统通信存在时滞会影响子系统下一时刻的演化.

综上所述, 对于耦合分布式系统, 在一定条件下, 耦合子系统的流速越大, 子系统的收敛速度越慢; 并且子系统若接收不到耦合子系统的信息, 会影响子系统的控制性能. 本文通过选择α, 在一定程度上可以对状态耦合系统的经济性能和稳定性能进行相应调整, 从而实现经济性和稳定性的综合控制效果.

5 结论

本文针对通信时滞的状态耦合非线性系统, 提出一种新的具有递推可行性分布式EMPC的策略. 该策略分别对系统的经济目标和关于最优经济平衡点的稳定性目标进行优化, 利用稳定性目标最优值函数, 构造稳定性收缩约束, 保证了系统在多目标下优化问题具有递推可行性, 并建立了闭环系统关于状态误差的ISS结论. 最后通过耦合的搅拌釜反应器为仿真实例, 验证了本文提出策略的有效性.

参考文献:

[1] CHEN X, HEIDARINEJAD M, LIU J, et al. Distributed economic MPC: Application to a nonlinear chemical process network. *Journal of Process Control*, 2012, 22(4): 689 – 699.

[2] ALBALAWI F, DURAND H, CHRISTOFIDES P. Distributed economic model predictive control with safeness-index based constraints for nonlinear systems. *Systems & Control Letters*, 2017, 110: 21 – 28.

[3] KÖHLER P, MÜLLER M, ALLGÖWER F. A distributed economic MPC framework for cooperative control under conflicting objectives. *Automatica*, 2018, 96: 368 – 379.

[4] DAI L, QIANG Z, SUN Z, et al. Distributed economic MPC for dynamically coupled linear systems with uncertainties. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2022, 52(6): 5301 – 5310.

[5] ANGELI D, AMRIT R, RAWLINGS J. On average performance and stability of economic model predictive control. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2012, 57(7): 1615 – 1626.

[6] DAI L, ZHOU T, QIANG Z, et al. Distributed economic MPC for dynamically coupled linear systems: A Lyapunov-based approach. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, 2023, 53(3): 1408 – 1419.

[7] VALLERIO M, VAN J, LOGIST F. Tuning of NMPC controllers via multi-objective optimisation. *Computers & Chemical Engineering*, 2014, 61(11): 38 – 50.

[8] HE D, QIU T, LUO R. Fuel efficiency-oriented platooning control of connected nonlinear vehicles: A distributed economic MPC approach. *Asian Journal of Control*, 2020, 22(4): 1628 – 1638.

[9] LUO J, HE D, ZHU W, et al. Multiobjective platooning of connected and automated vehicles using distributed economic model predictive control. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, 2022, 23(10): 19121 – 19135.

[10] LIU M, SHI Y, LIU X. Distributed MPC of aggregated heterogeneous thermostatically controlled loads in smart grid. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2016, 63(2): 1120 – 1229.

[11] CHILIN D, LIU J, CHEN X, et al. Fault detection and isolation and fault tolerant control of a catalytic alkylation of benzene process. *Chemical Engineering Science*, 2012, 78: 155 – 166.

[12] LIU X, SHI Y, CONSTANTINESCU D. Distributed model predictive control of constrained weakly coupled nonlinear systems. *Systems & Control Letters*, 2014, 74: 41 – 49.

[13] RIVERSO S, FARINA M, FERRARI G. Plug-and-play decentralized model predictive control for linear systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2013, 58(10): 2608 – 2614.

[14] DUNBAR W. Distributed receding horizon control of dynamically coupled nonlinear systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2007, 52(7): 1249 – 1263.

[15] ZHENG Y, LI S, LI N. Distributed model predictive control over network information exchange for large-scale systems. *Control Engineering Practice*, 2011, 19(7): 757 – 769.

[16] LI Q, JIANG Z. Pattern preserving path following of unicycle teams with communication delays. *Robotics and Autonomous Systems*, 2012, 60(9): 1149 – 1164.

[17] EL-FERIK S, SIDDIQUI B, LEWIS F. Distributed nonlinear MPC of multi-agent systems with data compression and random delays. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2016, 61(3): 817 – 822.

[18] HE D, LU L, LUO R, et al. Energy-efficient cooperative predictive control for multi-agent non-linear systems with transmission delay. *IET Control Theory & Applications*, 2019, 13(17): 2730 – 2737.

[19] MAGNI L, RAIMONDO D, SCATTOLINI R. Regional input-to-state stability for nonlinear model predictive control. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2006, 51(9): 1548 – 1553.

[20] YIN X, QIN Y, LIU J, et al. Data-driven moving horizon state estimation of nonlinear processes using Koopman operator. *Chemical Engineering Research & Design*, 2023, 200: 481 – 492.

[21] HE Defeng. Stabilizing economic model predictive control of constrained nonlinear systems. *Acta Automatica Sinica*, 2016, 42(11): 1680 – 1690.
(何德峰. 约束非线性系统稳定经济模型预测控制. 自动化学报, 2016, 42(11): 1680 – 1690.)

作者简介:

王定超 博士研究生, 目前研究方向为分布式模型预测控制, E-mail: 1112103015@zjut.edu.cn;

李西宏 硕士研究生, 目前研究方向为分布式模型预测控制, E-mail: 221123030170@zjut.edu.cn;

何德峰 教授, 博士生导师, 目前研究方向为智能预测与最优控制和网联系统运行优化控制, E-mail: hdfzj@zjut.edu.cn;

穆建彬 讲师, 硕士生导师,目前研究方向为智能预测控制, E-mail: jianbinmu@zjut.edu.cn.