

# 网络控制系统的时延相关状态反馈控制器设计

李洪波, 邓建球, 孙增圻, 孙富春

(清华大学 计算机科学与技术系; 智能技术与系统国家重点实验室, 北京 100084)

**摘要:** 研究了具有时延、丢包和数据包时序错乱的网络控制系统镇定问题. 为了有效提高系统的控制性能, 本文根据网络控制系统的特点提出一种时延相关状态反馈控制方法, 并将闭环网络控制系统建模为离散时间切换模型. 在此基础上, 通过构造依赖于参数的Lyapunov函数给出了闭环网络控制系统的稳定条件和镇定控制器设计方法. 仿真结果和实验结果表明所提方法的有效性和可用性.

**关键词:** 网络控制系统; 时延相关; 镇定; 时延; 丢包

**中图分类号:** TP273      **文献标识码:** A

## Delay-dependent state feedback controller design for a class of networked control systems

LI Hong-bo, DENG Jian-qiu, SUN Zeng-qi, SUN Fu-chun

(Department of Computer Science & Technology; State Key Laboratory of Intelligent Technology and Systems, Tsinghua University, Beijing 100084, China)

**Abstract:** We investigate the stabilization problem for a class of networked control systems (NCSs) with time-delays, packet losses and out-of-order data. To improve the control performance of NCSs, we build a delay-dependent state feedback controller and transform the resulting closed-loop system into a discrete-time switched system. Under this framework, the stability conditions are derived by using the delay-dependent Lyapunov approach, and the design method for the corresponding stabilizing controller is developed. Simulation and experimental results are given to illustrate the effectiveness of the proposed method.

**Key words:** networked control systems (NCSs); delay-dependent; stabilization; time delay; packet loss

### 1 引言(Introduction)

网络控制系统(networked control systems, NCSs)是一类通过网络形成闭环反馈的控制系统. 与传统的点对点控制系统相比, NCSs具有可实现资源共享、能进行远程操作、方便安装和维护、增加系统灵活性和可靠性等优点<sup>[1]</sup>. NCSs的诸多优点使其已成为国内外学术界的前沿方向和研究热点<sup>[2-16]</sup>, 并在工业制造过程、智能交通、远程医疗以及航空航天等领域得到了日益广泛的应用.

目前, 有关NCSs的建模、分析与综合问题研究已有很多报道. 例如, 文献[8]和[14]分别提出了面向NCSs的随机最优控制方法和状态反馈控制方法, 文献[7]和[10]分别给出了面向NCSs的 $H_\infty$ 输出跟踪控制方法和网络化预测控制方法. 值得指出的是, 增益调度策略可以有效提高系统的控制性能, 并广泛应用于机器人控制、工业流程控制、航空航天等领域. 近年来, 增益调度策略被引入到NCSs的控

制中并形成了NCSs的时延相关控制方法. 在现有的NCSs研究中, 时延相关策略主要有以下两类:

1) 控制参数仅依赖于时延参数 $\tau_{sc}(k)$ <sup>[12]</sup>, 其中 $\tau_{sc}$ 表示传感器与控制器之间的网络时延,  $k$ 表示采样时刻;

2) 控制参数同时依赖于 $\tau_{sc}(k)$ 和 $\tau_{ca}(k-1)$ <sup>[15]</sup>, 其中 $\tau_{ca}$ 表示控制器与执行器之间的网络时延.

值得指出的是, 一个十分自然且更为合理的时延相关策略是使控制参数同时依赖于时延变量 $\tau_{sc}(k)$ 和 $\tau_{ca}(k)$ , 这样控制器在计算控制信号时可以更加有效地利用最新的时延信息. 然而从现有的文献报道来看, 基于这种更为合理的时延相关策略的NCSs状态反馈控制的研究尚不多见, 亟待深入研究和探索.

基于上述分析, 本文在NCSs控制器设计过程中引入增益调度策略, 使控制参数同时依赖于时延变量 $\tau_{sc}(k)$ 和 $\tau_{ca}(k)$ , 并进一步研究相应的NCSs状态反

馈镇定问题, 给出一种基于时延相关状态反馈控制的NCSs建模、分析与综合的方法. 仿真结果和实验结果表明了所提方法的有效性和可用性.

## 2 问题描述(Problem formulation)

考虑如图1所示的NCSs, 其中被控对象由连续时间状态方程(1)描述:

$$\dot{\mathbf{x}}_p(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}_p(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t), \quad (1)$$

其中:  $\mathbf{x}_p(t) \in \mathbb{R}^n$  为状态向量,  $\mathbf{u}(t) \in \mathbb{R}^m$  为控制输入,  $\mathbf{A}$  和  $\mathbf{B}$  为具有适当维数的常数矩阵. 在本文中, 传感器和执行器均采用时间驱动方式, 且二者采用相同的采样周期  $h$ . 因此, 在考虑控制信号零阶保持情况下, 如式(1)所示的被控对象可被离散化为

$$\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{F}\mathbf{x}(k) + \mathbf{G}\mathbf{u}(k), \quad (2)$$

其中:

$$\mathbf{F} = e^{\mathbf{A}h}, \quad \mathbf{G} = \int_0^h e^{\mathbf{A}\tau} d\tau \mathbf{B}. \quad (3)$$

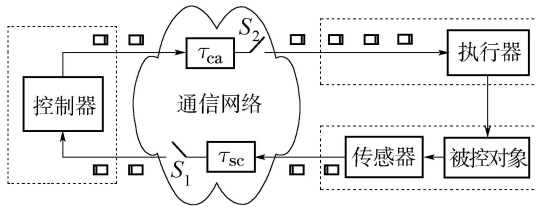


图1 网络控制系统结构

Fig. 1 The structure of considered NCSs

假设被控对象的状态量完全可测, 即传感器的输出信号为被控对象的状态  $\mathbf{x}(k)$ . 在每个采样时刻, 采样信号  $\mathbf{x}(k)$  及其时间戳被封装成采样数据包并通过网络发送给控制器. 网络同时存在于传感器和控制器之间以及控制器和执行器之间, 且数据包在网络传输中存在时延、丢包和时序错乱等现象. 控制器采用事件驱动方式, 当采样数据包到达控制器节点时, 控制器立刻采用该采样数据包进行控制信号计算; 计算过程结束后, 控制器将所得控制信号以及采样数据包携带的时间戳封装成数据包并通过网络传送给执行器. 执行器具有存储功能和逻辑判断功能. 当控制数据包到达执行器节点后, 执行器将其携带的时间戳与缓冲区内控制信号的时间戳进行比较, 并判断新到达的控制数据包是否“新”; “是”则将新到达的控制信号及其时间戳保存在缓冲区中, “否”则丢弃该控制数据包. 执行器采用时间驱动方式. 在每个采样时刻, 执行器读取控制信号并生成控制输入作用于被控对象.

为了有效提高NCSs的控制性能, 本文设计如下时延相关状态反馈控制器:

$$\mathbf{u} = \mathbf{L}_{\lceil \tau_k/h \rceil} \mathbf{x}(k), \quad (4)$$

其中  $\mathbf{L}_i (i \in \Omega_1)$  为依赖于往返时延  $\tau_k$  的控制增益.

由  $\tau_k = \tau_{sc}(k) + \tau_{ca}(k)$  可以看出, 控制器的控制增益同时依赖于时延变量  $\tau_{sc}(k)$  和  $\tau_{ca}(k)$ .

值得指出的是, 当控制器(4)进行控制信号计算时, 控制器并不知道  $\tau_k$  信息, 因为  $\tau_{ca}(k)$  此时并未发生. 为解决上述问题, 请注意以下两点: 1) 网络数据包可携带多个控制数据; 2) 当控制数据包到达执行器后, 执行器能非常容易地获得  $\tau_k$  参数, 因为  $\tau_{sc}(k)$  和  $\tau_{ca}(k)$  均已经发生. 基于以上分析, 本文提出如下策略来解决上述问题: 当采样数据包到达控制器后, 控制器立刻利用所有的控制增益  $\mathbf{L}_i (i \in \Omega_1)$  进行控制信号计算, 从而得到一个控制信号序列; 计算结束后, 控制器将所得控制信号序列及采样数据包携带的时间戳封装成控制数据包, 并通过网络传送给执行器; 当控制数据包到达执行器后, 执行器将其携带的时间戳与缓冲区内控制信号的时间戳进行比较. 若新到的控制信号的时间戳较新, 执行器则根据往返时延  $\tau_k$  在新到达的控制信号序列中选择合适的控制信号, 并将该控制信号及时间戳存放在缓冲区中; 否则, 直接将新到达的控制数据包丢弃.

本文旨在研究上述NCSs的建模、分析和综合问题, 使得闭环NCSs在时延、丢包和时序错乱影响下仍能保持渐近稳定.

## 3 主要结果(Main results)

### 3.1 系统建模(System modeling)

本节讨论NCSs的建模问题. 为此, 首先引入往返时延(round-trip time delay)概念. 往返时延定义为  $\tau(k) \triangleq \tau_{sc}(k) + \tau_{ca}(k)$ , 即  $\tau(k)$  为第  $k$  个采样数据包从传感器到控制器的时延和相应控制数据包从控制器到执行器的时延之和. 不失一般性, 令往返时延  $\tau(k)$  满足

$$\tilde{\tau} \leq \tau_k \leq \hat{\tau}, \quad (5)$$

其中:  $\tilde{\tau}$  和  $\hat{\tau}$  分别为  $\tau_k$  的下限和上限,  $\tilde{\tau} \geq 0$ . 进一步, 引入计算符号  $\lceil x \rceil$ , 而  $\lceil \cdot \rceil$  表示向上取整运算, 即  $\lceil x \rceil$  的数值为大于等于  $x$  的最小整数. 由式(5)知,  $\lceil \tau_k/h \rceil$  的值域为  $\Omega_1 \triangleq \{ \lceil \tilde{\tau}/h \rceil, \lceil \tilde{\tau}/h \rceil + 1, \dots, \lceil \hat{\tau}/h \rceil \}$ .

此外, 为刻画网络传输中的丢包和时序错乱现象, 进一步引入“有效采样数据包”概念. 在NCSs中, 一个采样数据包被称为有效采样数据包, 当且仅当该采样数据包被成功送到控制器, 其相应的控制信号也被成功送至执行器并且最终用于控制被控对象. 令  $S \triangleq \{d_1, d_2, \dots\} \subseteq \mathbb{Z}^+$  表示有效采样数据包对应的时间序列. 根据有效采样数据包的定义可知: 在NCSs中, 只有“有效采样数据包”被用于控制被控对象. 因此两个相邻有效采样数据包之间的采样数据包均可视为因网络丢包造成的丢失采样数据包.

基于上述思想, NCSs 中的丢包可定义为

$$\{\eta(d_m) \triangleq d_{m+1} - d_m, d_m \in S\}. \quad (6)$$

式(6)定义的丢包是指: 从时间点  $d_m$  开始到时间点  $d_{m+1}$  为止, NCSs 的连续丢包数量为  $\eta(d_m) - 1$ . 不失一般性, 令 NCSs 中最大连续丢包数量为  $\hat{\eta} - 1$ , 即

$$\hat{\eta} \triangleq \max_{d_m \in S} \{\eta(d_m)\}. \quad (7)$$

不难看出,  $\eta(d_m)$  的值域为  $\Omega_2 \triangleq \{1, 2, \dots, \hat{\eta}\}$ .

值得指出的是, 式(6)定义的丢包是一种广义的丢包, 本质上综合刻画了丢包和数据包时序错乱的影响. 进一步, 综合考虑时延、丢包、时序错乱的影响以及控制信号零阶保持情况下, 则由式(4)可知, 当  $k \in [d_m + \lceil \tau_{d_m}/h \rceil, d_{m+1} + \lceil \tau_{d_{m+1}}/h \rceil]$  时, 被控对象的控制输入为

$$\mathbf{u}(k) = \mathbf{L}_{\lceil \tau_{d_m}/h \rceil} \mathbf{x}(d_m). \quad (8)$$

综合式(2)和式(8), 闭环 NCSs 可表示为

$$\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{F}\mathbf{x}(k) + \mathbf{G}\mathbf{L}_{\lceil \tau_{d_m}/h \rceil} \mathbf{x}(d_m), \quad (9)$$

其中  $(d_m + \lceil \tau_{d_m}/h \rceil) \leq k < (d_{m+1} + \lceil \tau_{d_{m+1}}/h \rceil)$ .

引入增广向量  $\mathbf{z}(k) = [\mathbf{x}_k^T \ \mathbf{x}_{k-1}^T \ \dots \ \mathbf{x}_{k-\lceil \hat{\tau}/h \rceil - \hat{\eta}}^T]^T$ , 则对  $k \in [d_m + \lceil \tau_{d_m}/h \rceil, d_{m+1} + \lceil \tau_{d_{m+1}}/h \rceil]$ , 如式(9)所示的闭环 NCSs 可表示为如下离散时间切换系统:

$$\mathbf{z}(k+1) = (\tilde{\mathbf{F}} + \tilde{\mathbf{G}}\mathbf{L}_{\lceil \tau_{d_m}/h \rceil} \tilde{\mathbf{E}}_{k-d_m}) \mathbf{z}(k), \quad (10)$$

其中

$$\tilde{\mathbf{F}} = \begin{bmatrix} \mathbf{F} & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \mathbf{I} & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{I} & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \mathbf{I} & 0 \end{bmatrix}, \quad \tilde{\mathbf{G}} = \begin{bmatrix} \mathbf{G} \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (11)$$

$$\tilde{\mathbf{E}}_{k-d_m} = [0 \ \dots \ \mathbf{I} \ \dots \ 0].$$

值得指出的是,  $\tilde{\mathbf{E}}_{k-d_m}$  中除第  $k - d_m + 1$  个元素为单位矩阵外, 其余元素均为零矩阵.

不难看出, 如式(10)所示的 NCSs 模型是一个离散时间切换模型, 其中  $k - d_m$  为切换信号, 其值域为

$$\Omega_3 \triangleq \{\lceil \hat{\tau}/h \rceil, \lceil \hat{\tau}/h \rceil + 1, \dots, \lceil \hat{\tau}/h \rceil + \hat{\eta}\}.$$

特别地, 如式(10)所示的 NCSs 模型同时考虑了时延、丢包和时序错乱影响, 并且未对时延和丢包的概率分布做任何假设, 即网络时延可以是固定时延或符合某种概率分布的时延, 丢包亦可以是完全随机的或者符合某种概率分布. 因此, 如式(10)所示的 NCSs 模型是一种通用模型, 可以应用到不同类型的 NCSs.

### 3.2 稳定性分析(Stability analysis)

**定理 1** 给定被控对象(2)、控制器(4)以及如式(5)和(7)所示的网络条件, 如果存在正定矩阵  $\mathbf{P}_{\bar{i}\bar{i}} =$

$\mathbf{P}_{\bar{i}\bar{i}}^T > 0$  (其中  $i \in \Omega_1, \bar{i} \in \Omega_3$ ) 满足:

$$\begin{cases} (\tilde{\mathbf{F}} + \tilde{\mathbf{G}}\tilde{\mathbf{L}}_i\tilde{\mathbf{E}}_{\bar{i}})^T \mathbf{P}_{\bar{i}\bar{j}} (\tilde{\mathbf{F}} + \tilde{\mathbf{G}}\tilde{\mathbf{L}}_i\tilde{\mathbf{E}}_{\bar{i}}) - \mathbf{P}_{\bar{i}\bar{i}} < 0, \\ i \in \Omega_1, \bar{i} \in \{i, \dots, i + \hat{\eta} - 1\}, \\ \bar{j} = \bar{i} + 1, \text{ 且 } \bar{j} \in \Omega_3, \end{cases} \quad (12)$$

$$\begin{cases} (\tilde{\mathbf{F}} + \tilde{\mathbf{G}}\tilde{\mathbf{L}}_i\tilde{\mathbf{E}}_{\bar{i}})^T \mathbf{P}_{\bar{j}\bar{j}} (\tilde{\mathbf{F}} + \tilde{\mathbf{G}}\tilde{\mathbf{L}}_i\tilde{\mathbf{E}}_{\bar{i}}) - \mathbf{P}_{\bar{i}\bar{i}} < 0, \\ i \in \Omega_1, \bar{i} \in \{i, \dots, i + \hat{\eta}\}, \\ j \in \Omega_1, \text{ 且 } j \leq \bar{i}, \end{cases} \quad (13)$$

则闭环 NCS(10) 是渐近稳定的.

**证** 选取如下 Lyapunov 函数:

$$V(k) = \mathbf{z}^T(k) \mathbf{P}_{\lceil \tau_{d_m}/h \rceil (k-d_m)} \mathbf{z}(k), \quad (14)$$

其中  $\mathbf{P}_{\lceil \tau_{d_m}/h \rceil (k-d_m)}$  为依赖于控制增益  $\mathbf{L}_{\lceil \tau_{d_m}/h \rceil}$  和切换信号  $k - d_m$  的矩阵. 不失一般性, 设在采样时刻  $kh$  和  $(k+1)h$ , 被控对象采用的控制信号分别基于控制增益  $\mathbf{L}_i$  和  $\mathbf{L}_j$ , NCSs 的切换信号  $k - d_m$  分别为  $\bar{i}$  和  $\bar{j}$ , 其中  $i, j \in \Omega_1, \bar{i}, \bar{j} \in \Omega_3$ . 则 Lyapunov 函数的差分可以表示为:

$$\Delta V(\mathbf{z}(k)) = V(k+1) - V(k) = \mathbf{z}^T(k+1) \mathbf{P}_{\bar{j}\bar{j}} \mathbf{z}(k+1) - \mathbf{z}^T(k) \mathbf{P}_{\bar{i}\bar{i}} \mathbf{z}(k). \quad (15)$$

计算 Lyapunov 函数的差分存在两种不同情况, 具体讨论如下.

**情况 1**  $(d_m + \lceil \tau_{d_m}/h \rceil) < k < (d_{m+1} + \lceil \tau_{d_{m+1}}/h \rceil)$ . 仔细分析 NCSs 的控制信号不难发现, 在  $(d_m + \lceil \tau_{d_m}/h \rceil) < k < (d_{m+1} + \lceil \tau_{d_{m+1}}/h \rceil)$  期间, 没有新的有效控制信号到达执行器. 因此, 被控对象在采样时刻  $kh$  和  $(k+1)h$  采用相同的控制信号. 基于上述分析可知, 式(15)中变量  $i$  和变量  $j$  的取值相同. 特别地, 式(15)中  $\bar{i}$  的取值范围为  $\{i, \dots, i + \hat{\eta} - 1\}$ ,  $\bar{j} = \bar{i} + 1$  且  $\bar{j} \in \Omega_3$ . 在此情况下,  $\Delta V(\mathbf{z}(k))$  可表示为  $\Delta V(\mathbf{z}(k)) = \mathbf{z}^T(k) \Pi_1 \mathbf{z}(k)$ , 其中

$$\Pi_1 = (\tilde{\mathbf{F}} + \tilde{\mathbf{G}}\tilde{\mathbf{L}}_i\tilde{\mathbf{E}}_{\bar{i}})^T \mathbf{P}_{\bar{j}\bar{j}} (\tilde{\mathbf{F}} + \tilde{\mathbf{G}}\tilde{\mathbf{L}}_i\tilde{\mathbf{E}}_{\bar{i}}) - \mathbf{P}_{\bar{i}\bar{i}}.$$

显然, 若式(12)成立, 则  $\Delta V(\mathbf{z}(k)) < 0$ , 其中  $\mathbf{z}(k) \neq 0$ .

**情况 2**  $k = d_m + \lceil \tau_{d_m}/h \rceil$ . 在此情况下, 被控对象在采样时刻  $kh$  和  $(k+1)h$  采用不同的控制信号, 因而可能采用不同的控制增益. 相应地, 式(15)中变量  $i$  的取值范围分别为  $\Omega_3$ , 变量  $j$  的取值范围为  $j \in \Omega_1$  且  $j \leq \bar{i}$ . 特别地, 式(10)中  $k - d_m$  的值域为  $\{i, \dots, i + \hat{\eta} - 1\}$ ,  $\bar{i}$  的取值与  $j$  相同. 在此情况下,  $\Delta V(\mathbf{z}(k))$  可表示为  $\Delta V(\mathbf{z}(k)) = \mathbf{z}^T(k) \Pi_2 \mathbf{z}(k)$ , 其中  $\Pi_2 = (\tilde{\mathbf{F}} + \tilde{\mathbf{G}}\tilde{\mathbf{L}}_i\tilde{\mathbf{E}}_{\bar{i}})^T \mathbf{P}_{\bar{j}\bar{j}} (\tilde{\mathbf{F}} + \tilde{\mathbf{G}}\tilde{\mathbf{L}}_i\tilde{\mathbf{E}}_{\bar{i}}) - \mathbf{P}_{\bar{i}\bar{i}}$ . 显然, 对于上述讨论的情况, 若式(13)成立, 则有  $\Delta V(\mathbf{z}(k)) < 0$ , 其中  $\mathbf{z}(k) \neq 0$ .

综上, 若式(12)和(13)成立, 则有

$$\lim_{k \rightarrow \infty} V(\mathbf{z}(k)) = 0, \quad \lim_{k \rightarrow \infty} \mathbf{z}(k) = 0,$$

即闭环 NCS(10) 是渐近稳定的. 证毕.

值得指出的是, 定理1采用的是同时依赖于控制增益和切换信号Lyapunov方法. 该方法的优点是保守性较低, 但其涉及的LMI数量较多, 稳定性分析及后续控制器设计的复杂性相对较高. 鉴于此, 定理2兼顾保守性和计算复杂性, 给出一种在保守性和计算复杂性之间折中的稳定条件.

**定理 2** 给定被控对象(2)、控制器(4)以及如式(5)和(7)所示的网络条件, 如果存在正定矩阵 $P_i$ 满足

$$(\tilde{F} + \tilde{G}L_i\tilde{E}_m)^T P_j (\tilde{F} + \tilde{G}L_i\tilde{E}_m) - P_i < 0, \quad (16)$$

其中:  $i \in \Omega_1$ ,  $m \in \{i, \dots, i + \hat{\eta}\}$ ,  $j \in \Omega_1$  且  $j \leq m$ , 则闭环NCS(10)是渐近稳定的.

**证** 选取依赖于控制增益的Lyapunov函数:

$$V(k) = z^T(k)P_i z(k), \quad (17)$$

其中 $P_i$ 为依赖于控制增益的矩阵. 不失一般性, 设被控对象在采样时刻 $kh$ 和 $(k+1)h$ 采用的控制信号分别基于控制增益 $L_i$ 和 $L_j$ , 其中 $i, j \in \Omega_1$ . 则Lyapunov函数的差分可以表示为

$$\begin{aligned} \Delta V(z(k)) &= V(k+1) - V(k) = \\ & z^T(k+1)P_j z(k+1) - z^T(k)P_i z(k). \end{aligned} \quad (18)$$

类似于定理1, 计算Lyapunov函数的差分亦存在两种不同情况, 具体讨论如下.

**情况 1**  $(d_m + \lceil \tau_{d_m}/h \rceil) < k < (d_{m+1} + \lceil \tau_{d_{m+1}}/h \rceil)$ . 仔细分析NCSs的控制信号不难发现, 在 $(d_m + \lceil \tau_{d_m}/h \rceil) < k < (d_{m+1} + \lceil \tau_{d_{m+1}}/h \rceil)$ 期间, 没有新的有效控制信号到达执行器. 因此, 被控对象在采样时刻 $kh$ 和 $(k+1)h$ 采用相同的控制信号. 基于上述分析可知, 式(18)中变量 $i$ 和变量 $j$ 的取值相同, 且有 $m \in \{i+1, \dots, i+\hat{\eta}-1\}$ . 在此情况下,  $\Delta V(z(k))$ 可表示为 $\Delta V(z(k)) = z^T(k)\Pi_3 z(k)$ , 其中

$$\Pi_3 = (\tilde{F} + \tilde{G}L_i\tilde{E}_m)^T P_i (\tilde{F} + \tilde{G}L_i\tilde{E}_m) - P_i.$$

不难看出,  $\Pi_3 < 0$ 是式(16)的子集. 因此, 由式(16)可得 $\Delta V(z(k)) < 0$ , 其中 $z(k) \neq 0$ .

**情况 2**  $k = d_m + \lceil \tau_{d_m}/h \rceil$ . 在此情况下, 被控对象在采样时刻 $kh$ 和 $(k+1)h$ 采用不同的控制信号, 因而可能采用不同的控制增益. 相应地, 式(18)中变量 $i$ 的取值范围分别为 $\Omega_3$ , 变量 $j$ 的取值范围分别为 $j \in \Omega_1$ 且 $j \leq m$ , 其中 $m \in \{i, \dots, i + \hat{\eta}\}$ . 在此情况下,  $\Delta V(z(k))$ 可表示为 $\Delta V(z(k)) = z^T(k) \cdot \Pi_4 z(k)$ , 其中

$$\Pi_4 = (\tilde{F} + \tilde{G}L_i\tilde{E}_m)^T P_j (\tilde{F} + \tilde{G}L_i\tilde{E}_m) - P_i.$$

由式(16)可得 $\Delta V(z(k)) < 0$ , 其中 $z(k) \neq 0$ .

综上, 若式(16)成立, 则有 $\lim_{k \rightarrow \infty} V(z(k)) = 0$ 和 $\lim_{k \rightarrow \infty} z(k) = 0$ , 即闭环NCS(10)是渐近稳定的.

**证毕.**

### 3.3 镇定控制器设计(Controller design)

定理1和定理2分别给出了NCSs的稳定条件, 前者保守性较低但复杂度相对较高, 后者则是在保守性和复杂性间的折中. 为行文简洁, 本文首先以定理2为基础给出镇定控制器设计方法. 为此, 本文利用Schur补引理给出与定理2相等价的稳定条件.

**定理 3** 给定被控对象(2)、控制器(4)以及如式(5)和(7)所示的网络条件, 如果存在正定矩阵 $P_i$ 和 $Q_i$ 满足

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} -P_i & * \\ \tilde{F} + \tilde{G}L_i\tilde{E}_m - Q_j & \end{bmatrix} < 0, \quad (19) \\ P_i Q_i = I, \quad (20) \end{aligned}$$

其中:  $i \in \Omega_1$ ,  $m \in \{i+1, \dots, i + \hat{\eta}\}$ ,  $j \in \Omega_1$  且  $j \leq m$ , 则闭环NCS(10)是渐近稳定的.

**证** 由式(20)可得

$$P_i = Q_i^{-1}, \quad (21)$$

其中 $i \in \Omega_1$ . 将式(21)代入式(19), 进一步利用Schur补引理即可得式(16). 因此, 由定理2可知闭环NCS(10)是渐近稳定的. **证毕.**

值得指出的是, 由于矩阵等式(20)的存在, 定理2中的条件不是标准的LMIs, 因而无法采用现有的商业软件直接进行求解. 近年来很多学者对此类问题进行了深入研究, 并提出了一系列重要的求解算法. 文献[17]提出的锥补线性化方法(cone complementarity linearization, CCL), 因其具有简单有效、易于求解等优点, 已被众多学者广泛采用. 基于CCL思想, 可将定理2中的非凸可行性求解问题转化为具有LMIs约束的非线性最小化问题:

$$\begin{aligned} \min \operatorname{tr} \left( \sum_{i=\lceil \tau/h \rceil}^{\lceil \tau/h \rceil + \hat{\eta}} P_i Q_i \right), \quad (22) \\ \text{s.t. 式(19),} \end{aligned}$$

$$\begin{bmatrix} P_i & I \\ I & Q_i \end{bmatrix} \geq 0, \quad i \in \Omega_1. \quad (23)$$

进一步, 基于定理2的镇定控制器(4)的设计算法给定如下.

**Step 1** 初始化. 求解LMIs(19)和式(23), 获得可行解 $(\bar{P}_i(0), \bar{Q}_i(0), \bar{L}_i(0))$ .

**Step 2** 求解如下非线性最小化问题:

$$\min \operatorname{tr} \left( \sum_{i=\lceil \tau/h \rceil}^{\lceil \tau/h \rceil + \hat{\eta}} (P_i \bar{Q}_i(k) + \bar{P}_i(k) Q_i) \right), \quad (24)$$

s.t. 式(19)及式(23),

获得可行解 $(P_i, Q_i, L_i)$ , 其中 $\bar{Q}_i(k)$ 和 $\bar{P}_i(k)$ 为已知矩阵.

**Step 3** 将  $L_i$  代入式(16). 如果满足条件, 则输出  $L_i$ , 算法结束; 否则转Step 4.

**Step 4** 如果  $k > N$  ( $N$  为设定最大循环数), 则算法结束; 否则转Step 5.

**Step 5** 令  $k = k + 1$ ,

$$(\bar{P}_i(k), \bar{Q}_i(k), \bar{L}_i(k)) \triangleq (P_i, Q_i, L_i),$$

转Step 2.

值得指出的是, 参考定理3和上述镇定控制器设计方法便可得到基于定理1的镇定控制器方法. 为行文简洁, 本文不再赘述基于定理1的镇定控制器方法.

### 4 实验与结果分析(Results and analysis)

为了验证算法的有效性和可用性, 本文将所提方法应用于网络电机控制系统, 并进行角位置伺服控制的仿真和实验. 所用网络电机控制系统<sup>[9]</sup>如图2所示. 令  $\mathbf{x}_p = [\theta \ \omega]^T$ , 其中  $\theta$  和  $\omega$  分别表示电机的角位置和角速度. 则所用直流电机可建模为

$$\dot{\mathbf{x}}_p(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & -217.4 \end{bmatrix} \mathbf{x}_p(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 1669.5 \end{bmatrix} \mathbf{u}(t). \quad (25)$$

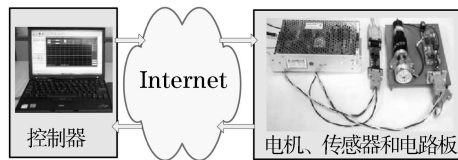


图 2 网络电机控制实验平台

Fig. 2 The networked DC motor system platform

与已有方法对比:

假设往返时延是随机的, 定义域为网络时延  $\tau \in (0s, 1s)$ ; 网络的最大连续丢包量为2. 设系统的采样周期为0.05 s. 将文献 [18]所提时延无关NCSs控制方法(下文简称为IET方法)应用于上述NCSs, 得到控制器  $\mathbf{u} = [-0.2280 \ 0.0591]\mathbf{x}$ . 此外, 在传统的点对点结构下, 即在不考虑网络影响的情况下, 将LQR最优控制方法(下文简称为传统LQR方法)应用于上述NCSs并取  $\mathbf{Q} = [1 \ 0; 0 \ 1]$  和  $\mathbf{R} = 1$ , 得到控制器  $\mathbf{u} = [-0.1323 \ -0.0068]\mathbf{x}$ . 最后, 应用本文给出的镇定控制器设计方法得到如式(4)所示的控制器, 其中控制参数为

$$\mathbf{L}_1 = [-0.2636 \ 0.0411],$$

$$\mathbf{L}_2 = [-0.2252 \ 0.0260].$$

当电机状态初值为  $[0, 0]^T$ 、网络条件如图3所示时, 网络电机系统的仿真响应曲线如图4所示. 由图4可知, 与传统LQR方法以及IET方法相比, 本文所提方法具有更好的控制性能.

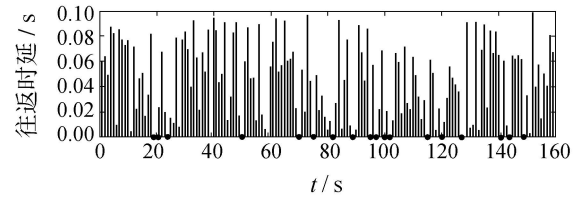


图 3 网络条件

Fig. 3 The network condition

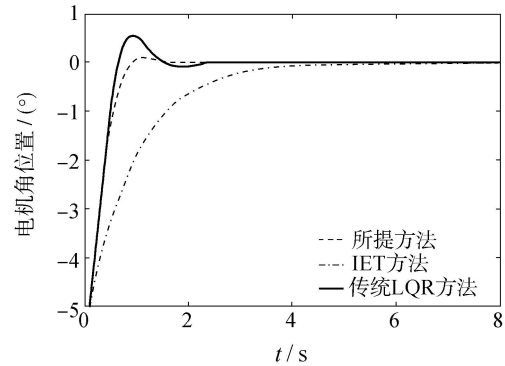


图 4 对比仿真实验结果

Fig. 4 The simulation results of comparative study

实验验证: 为进一步验证所提算法的有效性和可用性, 本文在实际网络电机平台上进行位置跟踪控制. 考虑中国清华大学与美国斯坦福大学之间的Internet. 对该网络进行24 h(00:00 – 24:00)实际测量, 往返时延以及丢包信息统计如下: 发送8640000个数据包, 8630782个数据包返回, 9218个数据包丢失, 最大连续丢包数量为1; 最小往返时延为  $\bar{\tau} = 0.281$  s; 最大往返时延为  $\bar{\tau} = 0.346$  s. 上述统计信息表明了本文所采用的时延模型和丢包模型的有效性.

设定系统采样周期为0.05 s. 将本文所提方法应用于上述网络电机位置控制系统, 并考虑其位置跟踪控制问题. 需指出, 如式(4)所示的控制器为调节控制器. 为此, 本文将参考输入  $r$  引入到上述控制器, 相应的控制器可表示为  $\mathbf{u} = \mathbf{L}_{[\tau_k/h]}\mathbf{x}(k) - \mathbf{L}_{[\tau_k/h]}[1; 0]r$ .

当电机初始状态为  $[0, 0]^T$ 、目标角位置为  $40^\circ$  时, 采用所提方法的典型网络电机系统阶跃响应实验结果如图5所示.

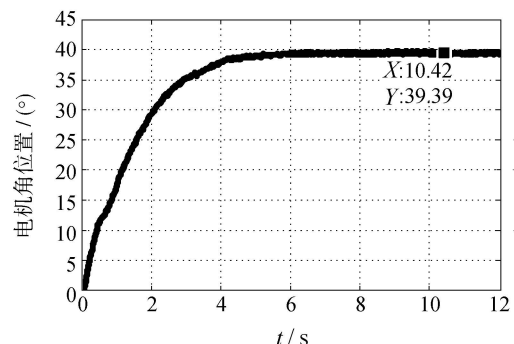


图 5 跟踪控制实验结果

Fig. 5 The experimental result of tracking control

由图5可知,所提方法可使网络电机系统具有满意的控制性能.值得指出的是,实验结果中存在微小的稳态误差,这主要是由设备中摩擦和死区等非线性因素所致.

## 5 结论(Conclusions)

本文研究了具有时延、丢包和数据包时序错乱的结果的NCSs的状态反馈镇定问题,提出了一种时延相关状态反馈控制方法.与已有研究成果最大的不同之处在于,本文采用了更为合理的时延相关策略,使得控制增益同时依赖于 $\tau_{sc}(k)$ 和 $\tau_{ca}(k)$ ,从而使控制器在最大程度上利用了时延信息.仿真结果和实验结果表明了所提方法的有效性和可用性.

## 参考文献(References):

- [1] 李洪波,孙增圻,孙富春.网络控制系统的发展现状及展望[J].控制理论与应用,2010,27(4):239-244.  
(LI Hongbo, SUN Zengqi, SUN Fuchun. Networked control systems: an overview of state-of-the-art and the prospect in future research [J]. *Control Theory & Applications*, 2010, 27(4): 239-244.)
- [2] BUSHNELL L G. Networks and control [J]. *IEEE Control Systems Magazine*, 2001, 21(1): 22-23.
- [3] ANTSAKLIS P, BAILLIEUL J. Guest editorial special issue on networked control systems [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2004, 49(9): 1421-1423.
- [4] ANTSAKLIS P, BAILLIEUL J. Special issue on technology of networked control systems [J]. *Proceedings of the IEEE*, 2007, 95(1): 5-8.
- [5] HESPANHA J P, NAGHSHTABRIZI P, XU Y. A survey of recent results in networked control systems [J]. *Proceedings of the IEEE*, 2007, 95(1): 138-162.
- [6] GAO H, CHEN T. Network-based  $H_\infty$  output tracking control [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2008, 53(3): 655-667.
- [7] HESPANHA J P, NAGHSHTABRIZI P, XU Y. A survey of recent results in networked control systems [J]. *Proceedings of the IEEE*, 2007, 95(1): 138-162.
- [8] HU S, ZHU Q. Stochastic optimal control and analysis of stability of networked control systems with long delay [J]. *Automatica*, 2003, 39(11): 1877-1884.
- [9] LI H, CHOW M, SUN Z. Optimal stabilizing gain selection for networked control systems with time delays and packet losses [J]. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2009, 17(5): 1154-1162.
- [10] LIU G, XIA Y, REES D, et al. Design and stability criteria of networked predictive control systems with random network delay in the feedback channel [J]. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part C*, 2007, 37(2): 173-184.
- [11] DAVID M, PANAGIOTIS D. Lyapunov-based model predictive control of nonlinear systems subject to data losses [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2008, 53(9): 2076-2089.
- [12] LIN X, HASSIBI A, HOW J. Control with random communication delays via a discrete-time jump system approach [C] // *Proceedings of the American Control Conference*. Chicago: IEEE, 2000, 6: 2199-2204.
- [13] XIONG J, LAM J. Stabilization of networked control systems with a logic zoh [J]. *Automatica*, 2009, 54(2): 358-363.
- [14] YUE D, HAN Q, PENG C. State feedback controller design of networked control systems [J]. *IEEE Transactions on Circuits and Systems II*, 2004, 51(11): 640-644.
- [15] ZHANG L, SHI Y, CHEN T, et al. A new method for stabilization of networked control systems with random delays [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2005, 50(8): 1177-1181.
- [16] ZHAO Y, LIU G, REES D. Improved predictive control approach to networked control systems [J]. *IET Control Theory & Applications*, 2008, 2(8): 675-681.
- [17] GHAOUI L E, OUSTRY F, AITRAMI M. A cone complementarity linearization algorithm for static outputfeedback and related problems [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1997, 42(8): 1171-1176.
- [18] LI H, CHOW M Y, SUN Z. State feedback stabilization of networked control systems [J]. *IET Control Theory & Applications*, 2009, 3(7): 929-940.

## 作者简介:

**李洪波** (1980-), 男, 助理研究员, 主要研究方向为网络控制系统的建模与控制, E-mail: hbli@mail.tsinghua.edu.cn;

**邓建球** (1974-), 男, 博士研究生, 主要研究方向为网络控制系统的建模与控制, E-mail: djq06@mails.tsinghua.edu.cn;

**孙增圻** (1943-), 男, 教授, 博士生导师, 主要研究方向为智能控制、机器人、模糊控制以及网络控制系统;

**孙富春** (1964-), 男, 教授, 博士生导师, 主要研究领域包括智能系统理论、神经网络、机器人、网络控制系统以及模糊控制等.